

特集／ガウス

## 巻頭言

《数学日記》に見るガウスの遺産

高瀬 正仁

ガウスはオイラーとともに西欧近代の数学を支える二本の柱を作る人物である。数学と自然科学の幅広い領域で「一番はじめの人」になったが、その様子をガウスの《数学日記》<sup>1)</sup>の記事に沿って観察したいと思う。《数学日記》はガウスの思索の歩みをおりおり書き留めた手控帳である。

1796年3月30日の第1項目では正17角形の幾何学的作図の可能性の発見が語られた。これによって最初の著作『アリトメチカ研究』(1801年)の第7章に目鼻がついたのである。正多角形の作図問題は、デカルトがそうしたように代数的な視点から観察すると、円周等分方程式の解法理論と同等になる。ガウスはそこから「ガウスの和」と呼ばれる和を作り、その数値決定をめざした。正多角形の作図問題は、そこから平方剰余相互法則の証明が取り出されるという理由により数論と連繫する。《数学日記》の第123項目(1805年8月30日)には「きわめて美しい定理の証明」に成功したことが記され、「4年以上もかけて心魂を傾けて追い求めてきたが、ようやく完成した」と、この間の消息が伝えられている。

《数学日記》には代数方程式の解法を語る記事も散見するが、この方面のすべての根源は「代数学の基本定理」である。ガウスはこの証明に成功し、1799年の秋、これによってヘルムシュテット大学から学位を取得した。《数学日記》を見ると、1797年10月の第80項目に「方程式は虚根をもつことが、自然な方法で証明された」と記されているが、この定理に寄せる関心はその後も継続した。実際、15年後に書かれた第141項目(1812年2月

29日)には、「1811年11月に、方程式の理論における基本定理の純粹に解析的な、不備のない証明を与えることに成功した」という言葉が読み取れる。

ガウスの数論の主題は合同式の世界の創造にあり、基本定理の名のもとで平方剰余相互法則に加えて3次、4次の相互法則が追い求められた。《数学日記》には関連する記事が非常に多く、枚挙にいとまがないほどである。第2項目(1796年4月8日)では平方剰余相互法則の第1証明(数学的帰納法による証明)の鍵の発見が告げられ、第30項目(1796年9月2日)では高次合同式の理論に基づいて2通りの証明を導いたことが報告された。第130項目(1807年2月15日)には「3次および4次の剰余に関する理論が開始された」と、高次剰余の理論への第一着手の時期が明記され、わけても1813年10月23日に書かれた第144項目には、

4次剰余の一般理論の基礎を確立しようとして、およそ7年間にわたってこのうえない情熱を傾けて探究を続けたが、何も実を結ばずに終るのが常であった。それを、幸福なことに、わたしたちに息子が生れたのと同じ日について明らみに出した。

と、発見の喜びが綴られている。ガウスは自己を語ることに於いて饒舌な人物であった。

数論と解析学の間に親密な連繫が認められるのは、ガウスが開いた数学的世界の著しい特徴である。《数学日記》からいくつかを拾うと、第51項目(1797年1月8日)にはレムニスケート積分が明記され、