

# まえがき

量子電磁力学 (Quantum Electrodynamics, QED) の教科書は、これまで数多く出版されている。にもかかわらず、なぜもう一つ新しい教科書が必要なのだろうか？これは、本書を手にとった誰もが思う疑問であろう。その疑問に対する答えを一言で言えば、みんながいつもしている散乱断面積計算とは違うことをしたいからである。通常 QED を使う場面を思い起こしてみよう。そこでは、自由粒子の散乱問題を取り扱う場面がほとんどなので、よく整備されたファインマンダイアグラムを使えば散乱断面積はすぐに計算できるし、その技術的作業を参照するためには適当な教科書がすぐに手に入る時代でもある。それ以外の QED の使い道の需要がない以上、もう一つ新しい QED の教科書など、その必要性すら感じられないのではないかと思われる。

が、最近、量子力学の根幹にかかわる二重スリット現象の解明に QED がカギとなることがわかり、俄然大きな反響が生まれている。

場の理論の表示という技術的問題 (ハイゼンベルク表示, シュレーディンガー表示, 相互作用表示) ではなく、場の時間発展に加えて、場を基底とした波動関数の時間発展『も』追いかけるという双対コーシー問題を取り扱うのである。みんながいつもしている散乱断面積計算とは違う取り扱いをしたい。双対コーシー問題を取り扱うことにより初めて、隠れた変数を議論することなく、初期波動関数を全く同じにそろえても違った結果が決定論的に導かれる。二重スリット現象に関する 100 年間にわたる量子力学のミステリーは、解ける。二重スリット現象で観測される干渉パターンは、双対コーシー問題の解として与えられる。それは、予想に反して量子力学の波動関数では再現できない。量子力学の波動関数で与えられる干渉パターンは、真の干渉パターンとは似て非なるものである。これが、上に述べた双対コーシー問題の取り扱いに基づく全く新しい予言の一つである。また、アインシュタイン-ポドルスキー-ローゼン (EPR) 観測で知られるエンタングルメントについても、全く新しい決定論が予言される。

まず第 1 章では、QED の物理的基礎を概観し、本書の目的を俯瞰する。本書では、ワインバーグの現代的観点である『場の量子論 (Quantum Field Theory, QFT) は、量子力学と特殊相対性理論を調和させるほとんど唯一の方法である』を採用する。「相対論的量子力学」という言葉は、QFT という形をとらない場合にも使われるので誤解を招きやすい。たとえば、ミンコフスキー時空の空間座標  $(x, y, z)$  は、量子力学ではオブザーバブルである。もちろん、QFT の形をとらない「相対論的量子力学」でも、ミンコフスキー時空の空間座標  $(x, y, z)$  は、オブザーバブルである。しかし、QFT においては、もはやミンコフスキー時空の空間座標  $(x, y, z)$  は、オブザーバブルではない。QFT におけるオブザーバブルは、ミンコフスキー時空座標  $(ct, x, y, z)$  で与えられる場の演算子である。QFT のひとつである QED においても、ミンコフスキー時空座標  $(ct, x, y, z)$  は、オブザーバブルではなく、正準変数でもなく、従って演算子でもない。ミンコフスキー時空座標

$(ct, x, y, z)$  は、場の演算子の観測問題を議論するまえから決まっている普通の数である。この観点からすれば、黎明期当時の量子力学観に基づく量子力学の観測問題は解消する。本書では、ワインバーグの現代的観点に従い、「ローレンツ不変性のような対称性が量子論でどのように現れるか」という観点を「相対論的量子論」と呼ぶことにする。かかる「相対論的量子論」を荷電粒子の力学と調和させると、それは必然的に QFT の形をとるのである。その際、二つの力学原理が要請される。一つ目はエネルギー密度原理である。二つ目はクラスター分解原理である。このあたりの詳細な議論は、重要ではあるが特に新しい内容を含むわけではないので本書の主たる内容ではない。しかし、その内容を本書では断りなく引用するので、一応のまとまった形で、記法も含めて、付録 A, B, C, D に箇条書きにまとめている。参考にされたい。

第 2 章では、電子のスピン渦度が電子の運動量に寄与することを発見し、これに基づき電子の量子スピン渦理論を構築する。電子のストレステンソルの反対称成分はスピントルクをもたらす。電子スピンの時間発展を駆動する。スピントルクは、ツェータ力と呼ばれる力によって補償することができる。ツェータ力はツェータポテンシャルの勾配によって与えられる。

第 3 章では、QED の現象論を概観し、量子物性解析・材料設計・制御に実利用可能な量子シミュレーションへの応用を俯瞰する。工学の応用的研究分野において、金属・半導体・絶縁体の表面・界面等における原子レベルの化学反応性の制御は、超微細化・超集積化が進行している超先端エレクトロニクス素子ならびに光半導体素子材料のプロセス技術に不可欠な要素となっている。

第 4 章では、量子電子スピン渦理論において、電子のスピンに働くところの光子との相互作用に起因するトルクの力学を幾何学的に取り扱うことで、電子スピンの相対論的な幾何学的描像を定式化する。この原理は、超対称性を付与した理論にも拡張できる。

第 5 章では、素粒子代数の数学的下部構造を与えるアルファ振動子代数を発見し、これに基づき光子、電子および陽電子のアルファ振動子理論を構築する。これを QED に応用し、QED の漸近場によらない非摂動的定式化を与える。時間に依存して変化する QED のハミルトニアン  $\hat{H}_{\text{QED}}(t)$  に対してアルファ共鳴条件と thermalization が課せられる。また、この際、光子の遅延ポテンシャルを時間と空間の変数分離形で表現する方法を定式化する。

第 6 章では、量子力学における時間発展演算子の方法を QED に応用し、時間に依存して変化する QED のハミルトニアン  $\hat{H}_{\text{QED}}(t)$  に対しても使えるように定式化する。それを用いて、双対コーシー問題を解くという形で QED の非摂動的シミュレーションを定式化する。

第 7 章では、粒子の交換関係が、アルファ振動子の交換関係を粗視化することにより得られることを示す。アルファ振動子エネルギーは、既知の粒子という形ではない形で全エネルギーに寄与する。アルファ振動子理論は、アルファ-weighted 状態という形を許容するので、時間に依存して変化する粒子数の非摂動的シミュレーションに応用できる。時間に依存して変化する粒子数という概念は、自然をあるがままに記述する QED の根幹に位置する。二重スリット現象の量子力学的コペンハーゲン解釈においては、ミステリアスな「波動関数の収縮」なる方便を持ち出す必要に迫られる。このことが量子力学 100 年のミステリーを生んだ。QED の新しい展開により、このミステリーは解消する。また、エンタングルメントについても、全く新しい決定論が予言される。

本書では、QED の新しい展開を提示する。本書では付録に箇条書きにただけで標準的な摂動

論的 QED を体系的には記述しなかったが、参考文献に付した良い教科書が数多く存在するので、参照してこれを補っていただきたい。

2017 年 1 月

立花 明知

# 目次

<b>第 1 章 QED の基礎</b>	<b>1</b>
1.1 QED と量子力学	1
1.2 Rigged QED のゲージ原理	5
1.3 Rigged QED のマクスウェル方程式	7
1.4 Rigged QED のディラック-シュレーディンガー方程式	7
1.5 Rigged QED の連続の方程式	8
1.6 Rigged QED のローレンツ力とストレステンソル	8
<b>第 2 章 Rigged QED のスピン角運動量</b>	<b>12</b>
2.1 電子のスピントルク	12
2.2 電子のスピン渦度	13
2.3 Rigged QED の角運動量	14
2.4 具体例	15
2.4.1 自由ディラック粒子のスピントルク	15
2.4.2 ボルコフ電磁ポテンシャルとスピントルク	17
2.4.3 静的一様磁場	20
2.4.4 静的球対称スカラーポテンシャルとスピントルク	21
<b>第 3 章 Rigged QED の現象論</b>	<b>22</b>
3.1 エネルギー密度	22
3.2 電磁媒質	24
3.3 エレクトロマイグレーションの有効電荷	29
<b>第 4 章 QED のエネルギー-運動量テンソル</b>	<b>32</b>
4.1 エネルギー-運動量テンソル	32
4.2 等価原理	32
4.2.1 アインシュタインテンソル	34
4.2.2 四脚場	35
4.3 量子電子スピン渦原理	40
4.3.1 ミンコフスキー時空	40
4.3.2 エネルギー密度	41
4.4 Rigged QED	43

4.4.1	Rigged 場の理論 . . . . .	43
4.4.2	Primary Rigged QED . . . . .	44
4.4.3	例 . . . . .	45
4.5	超重力エネルギー-運動量のテンソル . . . . .	45
<b>第 5 章</b>	<b>アルファ振動子理論</b>	<b>47</b>
5.1	正準量子化 . . . . .	47
5.2	QED ハミルトニアン の 時間依存性 . . . . .	49
5.3	初期条件 . . . . .	50
5.4	因果律 . . . . .	51
5.5	遅延ポテンシャル . . . . .	52
5.6	アルファ振動子代数 . . . . .	54
5.6.1	電磁場 . . . . .	54
5.6.2	ディラック場 . . . . .	55
5.7	アルファ共鳴と thermalization . . . . .	58
<b>第 6 章</b>	<b>二重スリット現象</b>	<b>60</b>
6.1	ファインマンのミステリー . . . . .	60
6.2	双対コーシー問題 . . . . .	62
6.3	初期波動関数と初期ケットベクトル . . . . .	64
6.4	時間発展 . . . . .	66
<b>第 7 章</b>	<b>場の基準振動</b>	<b>71</b>
7.1	粒子描像 . . . . .	71
7.2	電磁場の時間依存繰り込み . . . . .	72
7.3	ディラック場の時間依存繰り込み . . . . .	73
7.4	繰り込まれたケットベクトルと波動関数 . . . . .	74
7.5	$\hat{z}_{\alpha(\bar{\omega})}(t)$ の解 . . . . .	76
7.5.1	条件 . . . . .	76
7.5.2	解 . . . . .	78
7.5.3	例 . . . . .	78
7.6	量子力学 100 年のミステリーは解けた！ . . . . .	79
7.7	アルファ振動子と素粒子 . . . . .	83
7.8	アルファ振動子エネルギー . . . . .	84
7.9	アルファ-weighted 状態 . . . . .	84
7.10	エンタングルメント . . . . .	88
<b>付録 A</b>	<b>記法</b>	<b>90</b>

付録 B	相対論的量子論の基礎	93
B.1	ローレンツ変換	93
B.2	クライン-ゴルドン方程式	95
B.3	ディラック方程式	96
B.4	量子力学の限界	98
B.4.1	クラインパラドクス	98
B.4.2	水素様原子におけるマジックナンバー	99
付録 C	相対論的力学と散乱理論の基礎	101
C.1	相対論的力学	101
C.1.1	4-速度	101
C.1.2	電磁場	102
C.1.3	荷電粒子の運動方程式	102
C.1.4	トーマス歳差運動	103
C.2	状態ベクトル	103
C.2.1	ボアンカレ群	103
C.2.2	状態ベクトル	104
C.2.3	CPT 対称性	105
C.3	散乱理論	106
C.3.1	散乱行列	106
C.3.2	ゲルマン-ロー断熱定理	107
C.3.3	散乱の時間依存摂動理論	109
C.3.4	クラスター分解原理	110
付録 D	相対論的場の量子論の基礎	113
D.1	質量正定値粒子の自由場	113
D.1.1	エネルギー密度原理とクラスター分解原理を満たす場の理論	113
D.1.2	ローレンツ不変 $S$ 行列	115
D.1.3	電荷保存則	115
D.1.4	CPT 対称性	116
D.1.5	質量正定値粒子のスカラー場とベクトル場	116
D.2	ディラック場	118
D.2.1	ローレンツ変換	118
D.2.2	ディラックスピノル	122
D.2.3	電子のスピン密度	126
D.2.4	カイラル分解	127
D.2.5	カレント密度	128
D.3	因果律に従う一般的な場	129

D.3.1	ローレンツ群の既約表現	129
D.3.2	リューダース-パウリの CPT 定理	130
D.4	輻射場	131
D.4.1	偏極ベクトル	131
D.4.2	輻射場	132
D.5	正準理論	134
D.5.1	正準形式	134
D.5.2	運動量保存則	135
D.5.3	角運動量保存則	135
D.5.4	電荷保存則	136
D.6	プロパゲーター	137
D.6.1	グリーン関数	137
D.6.2	相関関数	141
D.6.3	繰り込み	142
D.6.4	QED	145
D.7	軟光子	147
D.7.1	制動放射	147
D.7.2	仮想軟光子	148
D.7.3	赤外発散	148
D.7.4	一般的な赤外発散	148
D.7.5	外場近似	148
D.8	束縛状態	148
D.8.1	ディラック波動関数	148
D.8.2	輻射の反作用	149
D.9	ゲージ理論	149
D.9.1	非アーベル的ゲージ	149
D.9.2	ベッキール-エーストラトウティン (BRST) 対称性	151
D.10	標準理論とそれを超える取り扱い	152
D.10.1	量子色力学と電弱理論	152
D.10.2	$SU(3)_c$ ゲージ対称性	152
D.10.3	$SU(2)_w$ ゲージ対称性	152
D.10.4	$U(1)_y$ ゲージ対称性	153
D.10.5	自発的対称性の破れ	153
D.10.6	マヨラナ粒子	155
D.10.7	量子アノマリー	155
D.11	超重力	158
D.11.1	超対称性	158
D.11.2	マヨラナ粒子	159

D.11.3 単純超対称性を持つサラム-ストラスディ-超場 . . . . .	159
D.11.4 アインシュタイン-ヒルベルト作用 . . . . .	161
D.11.5 反ド・ジッター時空 . . . . .	162
参考文献	164
索引	167