

# MATHEMATICAL SCIENCES

June 2018

Number 660

特集／量子情報と物理学のフロンティア

## はじめに

上田 正仁

古典力学が観測する・しないにかかわらず存在する物の性質を記述するのに対して、量子力学は物ではなく確率振幅という情報量を取り扱う。実際、測定結果の確率分布を与える波動関数は、それが記述する対象に関する完全な情報を有している。我々が対象に関して確率的な情報しか知り得ないというと、どこかに「隠れている」情報を見落としているのではないかという疑問が湧くが、観測結果がペルの不等式を破るという事実は、波動関数以外の情報を有する局所的な「隠れた変数」の存在を否定する。

通常の（古典的）情報理論が事象が生じる確率を取り扱うのに対して、量子力学ではゲージというより大きな自由度を持つ確率振幅が主要な役割を果たす。ゲージは幾何学的構造を有し、その数学的構造を取り入れた情報理論が量子情報理論である。確率振幅は重ね合わせの原理を満たし、それがもたらす干渉効果が波の性質を記述し、確率振幅の絶対値の自乗が粒子が観測される確率分布を与える（これは通常「ボルンの確率公理」と呼ばれるが、ヒルベルト空間に射影演算子を用いて導入できる自然な確率測度が波動関数の絶対値の自乗であることが証明できる（グリーソンの定理））。しかし、電子のような素粒子がそれ以上分割できないという実験事実は、量子力学では説明できない。それゆえ、電子の位置を測定すると電子は測

定精度の範囲で局在するという実験事実も量子力学では説明ができない。波として記述される電子を測定すると粒子として観測されるという事実はしばしば波束の収縮と呼ばれる。しかし、確率振幅が情報であり、物質の波ではないという事実を思い起こすと、波束の収縮は測定によって情報を獲得した結果、測定対象に対する観測者の知識の不確実性（波束の広がり）が減少した（波束が収縮した）と解釈することができる。このように、波束の収縮は情報論的な解釈を許す。さらに、被測定系に関して我々が知り得る情報は、それを知るために行う測定過程と切り離して考えることができない。系の性質は測定過程に本質的に依存し、測定結果に基づいて推定するしかない。このように量子力学は本質的に情報論的・推定論的側面を有している。

量子情報理論は、量子計算や量子暗号への応用を主な動機として発展したが、近年そこで開発されたテクニックを他の分野へと応用したり、他分野のアイデアや技術と融合するという観点から大きな発展を遂げてきている。新しい応用の観点からは、確率振幅がゲージの自由度を持っているという点が本質的である。ゲージは現象の背後にある物理法則の対称性を反映した自由度であり、幾何学的な構造を有する。あらゆる物理現象はゲージ理論の観点から統一されるので、ゲージの自由