まえがき

場の量子論の歴史は古く，量子力学の誕生直後にまでさかのぼる．量子力学は，物質の代表格であった電子に対する量子論である．したがって，波の代表格であった光に対する量子論を考えたのは自然の成り行きである．光は古典的な電磁場で表されていたので，場の量子化を考えることになる．つまり場の量子論である．場の量子化自体はそれほど難しくなく，電子と光の相互作用は弱いので，結合定数の大きさのべき展開で理論は定義できるように見えた．これを摂動論という．残念ながら，摂動計算を進めていくと，連続時空の場の自由度が無限であることに起因して，いたるところに無限大が出てくる．幸いこの発散は，結合定数を含めた幾つかの理論パラメーターに押し込む（くりこむ）ことができ，有限な計算結果が得られることがわかった．このようにしてできた，電子と光の量子論が量子電気力学（QED）であり，現在に至るまで輝かしい成果を挙げている．ただし同様のことを，強い相互作用に適用しようとしても，結合定数が大きすぎて摂動論が使えない．この問題を解決したのがウィルソンによる格子上の場の理論である．場の変数を，格子上の有限な自由度に制限することにより，非摂動論的な研究が数値シミュレーションにより可能となった．ただし，ウィルソン自身は，自分が生きているうちに現実的な計算ができるほどに計算機の能力が向上するとは，思っていなかったようである．しかしその後の，計算機技術および数値シミュレーションアルゴリズムの進化には目を見張るものがあり，格子場の理論は現在では，場の理論を非摂動論的に研究する手段として確立している．

本書の目的は，格子上の場の理論を，多自由度系の量子力学の知識がある読者に解説することであり，具体的には学部 4 年生および大学院生を想定している．ただし，内容のレベルは各章毎に違うのでそれを説明しておく．

第 1 章では，格子場の理論を導入する準備として，1 次元格子上に格子間隔が a で規則的に並んでいる，原子の多体系（1 次元結晶）の正準量子化を行った．量子化をすると，音響子と呼ばれる素励起が現れる．物性物理では，格子間隔 a は有限な値を持つ物理量である．しかし，連続時空の場の理論を構成するには，$a \to 0$ の連続極限を取らなければならない．第 1 章では，相互作用をしない自由場についてこれを解説した．第 2 章で，力学系を量子化する新たな方法として経路積分を解説した．初めに 1 自由度の量子系（量子力学）について経路積分を導入し，次に多自由度系として，第 1 章で扱った 1 次元結晶を経路積分を使って量子化する．変数の名前を変更すると，この系は時間 1 次元，空間 1 次元のスカラー場の理論になっている．これら 2 つの章の内容は，多自由度系の量子力学を知っている読者には，それ以外の知識がなくても理解できるはずである．第 3 章と第 4 章では，場の理論の摂動論とくりこみ，および摂動論的くりこみ群の解説をした．紙面の制限から，本書で必要になる事柄を列挙することしかできなかった．これらについては，通常の場の理論の参考書に詳しく解説されているので，そちらも参考にしてほしい．第 5 章では，非摂動論的く

りこみ群についての解説を行った．経路積分を用いると，格子上で有限な格子間隔を持つ場の理論は，非摂動論的に定義できる．ただし，連続極限を取り，相互作用を持つ連続理論を作るのは自明な問題ではなく，非摂動論的くりこみ群を用いた議論が必要になる．非摂動論的くりこみ群の内容は，物性物理ではごく基本的なものである．ただし，それを場の理論の立場から論じた（日本語の）参考書は少ないので，ここで詳しく説明を行った．第 6 章では，格子上のスカラー場およびフェルミオン場についての解説を，本書で必要になる範囲で行った．最近注目を浴びている，オーバーラップフェルミオンやドメインウォールフェルミオンについては他の参考書を見ていただきたい．第 7 章で，ゲージ変換を導入し，ゲージ変換に対して不変な場の理論（ゲージ場の理論）の構成について，連続理論および格子場の理論の両方について詳しく論じた．第 8 章で漸近的自由な場の理論の概要を解説した．4 次元連続時空で相互作用を非摂動論的に持つ場の理論は，現在知られている範囲では，漸近的自由な場の理論のみであり，素粒子の相互作用を記述する大切な要素となっている．格子場の理論で非摂動論的に計算された物理量から，連続理論の物理量を求めるには Λ パラメーターの知識が必要であり，この説明も行った．第 9 章では，物理量を数値シミュレーションで具体的に求める方法についての解説を，格子場の理論の立場から行った．数値シミュレーションアルゴリズムを全く知らない読者にもわかるように，その原理から応用までを一貫して書いたつもりである．第 10 章と第 11 章で格子場の理論の応用例として，弦定数と中間子質量の計算を具体的に説明した．通常，弦定数はクォーク間ポテンシャルから求めるが，ここではウィルソンループから直接求め，連続極限を取る方法を紹介した．陽子や中性子のようなバリオンの質量については，すでに多くの参考書に記載されているのでそれらを参考にしてもらいたい．第 12 章と第 13 章では，ツイスト境界条件とラージ N 極限についての，最近の話題について記述した．これらの章は中級者向けなので，初学者の方は興味があったら読んでもらいたい．

本書の参考文献 [1]〜[16] に，場の理論および格子場の理論に関する参考書および総合報告を幾つか挙げておいた．本書のテーマについてさらに知見を深めたい読者は各自参照してもらいたい．

本書は，大川と石川が大学院博士課程前期の学生に対して行った，場の理論および格子場の理論の講義をもとに加筆したものである．大学院生の上野峻一郎君には，講義ノートの整理をして頂いた．第 11 章の中間子の質量の具体的な計算の手伝いも，上野君にして頂いた．さらに，本書を完成するにあたり，素粒子論研究室の研究員である金森逸作氏，清水勇介氏，大学院生の上野峻一郎君，坂本弘樹君，学部 4 年生の宮鼻叶太君には原稿の校正を一緒にして頂いた．これらの方々に，感謝の意を表する．

2018 年 2 月

大川正典　石川健一

目　次