

特集／経路積分を考える

## 経路積分をめぐって

日 笠 健 一

シュレーディンガーの波動方程式とハイゼンベルクの行列力学という一見異なる2つの姿で生まれた量子力学は、ディラックにより統合され、正準量子化によって古典力学系から対応する量子力学系を導く手続きが確立した。その中心になるのは、位置と運動量の間になり立つ有名な正準交換関係式である。位置や運動量に限らず、量子力学における物理量は演算子として表される。その十数年後、ファインマンは全く異なる量子化の方法を編み出した<sup>1-3)</sup>。演算子を用いないこの方法が経路積分である<sup>4)</sup>。

古典力学(解析力学)では、運動は最小作用の原理によって決定される。ある時刻における粒子の位置(出発点)と後の時刻における位置(到達点)を固定したとき、その時空内の2点を結ぶ様々な経路を考える。各経路に対し作用  $S$  という量が決まるが、作用が最小となるような経路が現実実現される運動となる。これに対し、量子力学では、粒子は様々な経路を取り得る。粒子の運動に対応する量子力学における振幅は、様々な経路の重ね合わせで書ける。その際、各経路は位相因子  $e^{iS/\hbar}$  を持つ。振幅をこのように表すのがファインマンの経路積分であり、正準量子化による量子力学と同一の結果を導く。

量子力学では、経路積分を用いた計算は他の方法と比べて必ずしも簡単ではないが、古典力学的

極限は直感的に理解できる。系が古典的になるのは、作用の大きさがプランク定数に比べて非常に大きい場合と予想される。そのような場合、経路について足し合わせる際には、一般に位相因子が激しく振動して隣どうしの経路の寄与が打ち消し合ってしまう。その例外は経路を変形しても作用がほとんど変化しない場合であり、これはまさしく古典的な運動が作用の停留値を与えることと一致している。逆に、本質的に量子力学的な状況では、異なる経路間の干渉が重要になってくることが期待される。

場の理論に対する経路積分は、量子力学の場合と本質的な違いはない。場の理論における作用は、場の(汎)関数として書かれたラグランジアン密度を時空で積分したものであり、この作用を指数の肩にのせた位相因子を場の配位で積分したものが経路積分となる。ただし各時空点において場はそれぞれ別の値をとれるので、この積分は無次元の積分となっている。

さてファインマンが経路積分の方法を作り上げた動機は、電磁相互作用の相対論的な量子場の理論である量子電気力学にあった。ファインマンはこの独自の方法を用いて電磁相互作用の高次効果、特に当時測定結果が出始めていた水素原子のスペクトルのディラック理論からのずれの問題に取り組み<sup>5,6)</sup>、この成果により、朝永・シュウィンガー