

特集／幾何学の拡がり

空間概念の系譜と広範な分野への拡がり

河野 俊文

1. 幾何学の起源

幾何学は空間の性質や空間におけるさまざまな対象について考察する分野である。歴史的には、測量中に発見された実際上の知識の集大成にその起源があり、geometry という語も「地面を測量する」という意味のギリシア語に由来する。幾何学は人類が太古に書き残した記録のなかにも見出される。古代エジプトやバビロニアでは測量についての基本的な知見が蓄積されていた。「三平方の定理」についての記述は、紀元前 1700 年頃の粘土板から発見されている。ギリシャにおける幾何学の研究の萌芽は、タレス、ピタゴラスらに遡るといわれている。紀元前 3, 4 世紀頃、ユークリッドによって書かれた『原論』では、幾何学の体系が、平面上の「点」と「直線」を出発点として、それらの間に成り立つ公理、公準によって論理的に展開されている。後述するように、『原論』における平行線についての公準が、19 世紀以降の幾何学に大きなパラダイムシフトを生じさせる契機となる。幾何学は平面幾何学や、3 次元空間内の立体図形に関する研究だけでなく、空間をどのように捉えるかということに関わる深い概念として、著しい発展を遂げた。現代の幾何学は、物理学、天文学、情報理論、生命科学など広範な分野と協働して展

開されている。

2. 非ユークリッド幾何学の発見

『原論』における幾何学は 5 つの公準から展開されているが、その中に平行線についての「第 5 公準」とよばれるものがあり、それは、与えられた直線に対して、直線外の点を通してこの直線に平行な直線が一意的に存在することと同値である。第 5 公準は他の公準から証明できるのではないかと長い間考えられていて、証明の試みがなされてきた。

1820 年代から 30 年代にかけて、ロバチェフスキーとボヤイによって、第 5 公準は成立しないが、他の公準を満たすような幾何学体系が可能であることが示された。これは、三角形の内角の和が 180 度よりも小さい幾何学であり、このような幾何学は非ユークリッド幾何学とよばれる。

ガウスは、非ユークリッド幾何学の研究を公表することはなかったが、1824 年に書かれた書簡でおよそ次のように述べている。「三角形の内角の和が 180 度よりも小さいという幾何学は、我々の知っているユークリッド幾何学とは異なるものであるが、それ自身は完全に整合性のある体系である。私はこのような幾何学を満足できる形で構築