まえがき

時系列が読者の方と逆になってしまうのであるが，私はこの本の執筆の行程をほぼ終えて前書きに取り掛かることができるようになった．思えば，私の最初の著書である「数物系のためのミラー対称性入門」を上梓してから5年ほど経つのであるが，また同じSGCライブラリの1冊としてこの本を書くことになったわけである．

これまで私は主に古典的ミラー対称性という数理物理学の分野で研究をしてきたのであるが，今のネット時代で隠しようもないので自衛のために言っておくが，私の研究者としての数値的なスペック（論文数，引用件数等）はごくごく平凡なもので特に優れていたりものすごく頑張っていたりという程のものではない．そんな私に最初の本の執筆依頼が来た時は，何となく本を書けたらいいなと思ってはいたものの，自分にお鉢が回ってくるとは少々意外であった．しかし，当時比較的大学での仕事が手すきであったのと，もともと面倒くさがりのくせに目立ちたがりの性格でもあったので，これ幸いとばかりに引き受けて1年をかけて書いたのが私の1冊目の本である．内容は表題の通り，ミラー対称性の内容を一通り紹介することが主題であったわけであるが，事情に通じた人なら察していただけると思うが，博識な先生が研究内容を網羅した専門書をこの主題で書くとするなら膨大なページ数を要することになりそうなことは容易に想像がつく．ところが，私はほどよく不勉強な人間で，日頃から最新の論文のチェックを怠らないというような生活をしていないので，この主題で最初の本を書く際に，自分の考えてきたことや経験してきたことしか書かないというやり方で乗り切ることにした．もちろん，いくらかの文献調査はしたのであるが，最初の本のベースとなっているものは私の博士論文と北大で行った大学院の授業の講義ノートである．この「本を書く」という経験は，もちろん対外的にも意味のあることではあるが，私自身の内面においても大きな意味のあるものとなった．その意味とは，私の中で色々な断片となって散らばっていた状態のミラー対称性に関する知見を，一つの有機的な塊としてラクに運用できるようになったということである．実は最初の本を書いてから，細々と目立たず研究をしていた私の所に来る大学院生の数が増え始め，私の大学での仕事はかなり忙しくなってきたのであるが，この2冊目の本を書く依頼を引き受けたのも，「本を書くことによって自分の中の知識がコンパクト化され運用しやすくなる」という内面的なメリットの魅力に負けた面が大きい．

ということで，この2冊目の本の主題は「物理系の人達を対象にした複素多様体論の紹介」である．1冊目の本はその前書きにおいても書いたのであるが，極論すれば私が20代に経験したことをまとめたものと言ってもよい．だから叙述のスタイルも「数学が好きな物理学院生」が大人になって書いたという感じになっている．そういう書き方でなければ，私がミラー対称性の内容をまとめた本を書くことなど不可能だったわけである．翻って，この2冊目の本は，私が30代以降に経験したことが大きく反映されることとなった．その経験とは，一言で言えば「物理学で博士号を

取ったのに大学の理学部数学科で数学を教えるはめになった経験」である．もちろん，このような経験をしたのは私一人ではなく，同じような経緯をたどられた先生方は私が知っているだけでもすぐに片手の指の数ぐらいは挙げられるのであるが，それにしてもこの経験は私にとって大きなものであった．

同じ理学部でも，物理学科と数学科は全く違う世界である．これは，両学科を持つ大学ならば大体同じことであろうと思う．どう違うかを感覚的に説明するのはなかなか難しいのであるが，同じことを考えていても考え方の方向が逆のように私は感じる．物理学科では，一つの解ける例を手がかりに，それをどれだけ一般化して広げていけるか，という「中から外へ」という考え方で教育をし，研究を進めて行くという感じがするが，逆に数学科では，概念の定義，つまり外枠をはっきり決めておくことが最重要で，それから演繹によって個々の具体例を処理して行くという「外から中へ」方式で教育をし，研究を進めて行くというのが私の印象である．実際，私が最初に北大の数学科に赴任して例の「数学好きな物理学院生」調で大学院の授業を行った際に，大学院生が「全然わからない」と言ってどんどんいなくなる現象を目の当たりにした時，物理学科と数学科の違いというものを痛感させられた．だから，私にとっての 30 代の主要なテーマの一つは「普通の数学教師になる」ことであった．とは言っても，もともと物理学科育ちであるからスタイルだけ数学科風の授業をしてみても，数学科育ちの先生にかなうはずがないのは当たり前である．というわけで，北大に就職することで無職の恐怖から解放されたとは言え，結構悩み多き 30 代を過ごすことになったわけである．だが，40 代になってから少し考え方が変わって来ることになった．10 年も経つと数学科で後ろ指をさされない授業ぐらいはできるようになったのであるが，それだけでは自分が数学科にいる意味がないと思って逆に物理学科の考え方を授業に混ぜ込んでみることにしたのである．具体的に言うと，「定理の証明を有り難がるより，その定理を使えるようになろう」という姿勢を強調するようになった．これは，数学だ物理だというよりも「理学部専門課程以降の数学を高校の微積分を学習するような調子で身に付ける」という方法論であるとも言える．もちろん，そのような方法論だけでは弊害もあると思う．しかし，長年数学科で数学を教えていると，「証明を理解することに重点を置くあまり，専門課程の数学の持つ本当の有用性や楽しさを把握できない学生が結構いる」という事実に気付くようになった．そのような状況を改善したいと思って，自分なりの数学を教えるスタイルを探りながら 50 代に突入したのであるが，成果のほどは余りわからない所である．

内容の説明が余りなされないまま終わりに近づいてきてしまったが，要するに，この本は私の北大での経験で形成された「数学を教えるスタイル」を使って複素幾何学の紹介をしようとする本である．内容的には，最初の本で読者に要求してしまった知識のいくつかを私なりのやり方で解説することを主眼にしている．であるから，この本の第 1 章は複素多様体論ではなく，理学部数学科で学習する幾何学（多様体論，ホモロジー論，コホモロジー論）を解説することにあてられている．第 2 章は前半を 1 変数複素関数論と多変数複素関数論の紹介にあて，後半で複素多様体の定義を紹介する．第 3 章では，複素多様体上での微分形式，ベクトル束，層のコホモロジーを紹介するが，どちらかというとそれらの基礎理論の紹介よりは，使い方に重点を置いている．第 4 章では，それまでの結果を使って，ミラー対称性でも使われる複素多様体の複素構造の変形理論の概略を紹介してある．この章では，思い切って叙述のスタイルを物理寄りに戻しているが，扱う内容の主なものは最も基本的な例であるところの楕円曲線の複素構造のモジュライ空間である．

私も 20 年近く数学科にいるので叙述のスタイルが全体としては数学書寄りになっているが，決して数学の専門書のような厳格さを追求しているわけではなく，証明が付いている場合もわかりやすさを優先してディテールを大幅に省略していることには注意していただきたい．あと，前著との違いとして結構な量の演習問題が用意されているが，これは叙述の量を減らして読者の自主学習を促す目的で設けられたものである．プレッシャーを感じる方は，問題の結論だけを受け止めて読みすすめてくれても構わない．問題は，数学科的な難しさを含むものは殆どなく，多くは計算主体である．ただ，計算量は結構あるものも含まれている．意欲のある方は取り組んでいただくと幾何学の使い方に慣れて頂けるのではないかと思う．解答はつけていないが，要望があれば私のホームページで公開することも考えている次第である．

謝辞：この本を書く機会を与えてくださった高橋良太氏を初めとする「数理科学」編集部の皆様，セミナーでの議論で色々な執筆のヒントを与えてくれた研究室のメンバー，松坂公暉さん，今西翔一郎さん，桑田健さん，イ テッキョンさん，工藤勇さん，久末昂生さん，田嶌優さん，生涯に渡って色々な面で指導していただき，今年 1 月に逝去された江口徹先生に心から感謝の意を表したい．

2019 年 3 月　札幌にて

秦泉寺雅夫

目　次