SGC ライブラリ-114

ゲージ理論の基礎数理

物理学的背景からトポロジー，微分幾何，関数解析まで

橋本 義武　著

サイエンス社

まえがき

1980 年代以降，トポロジーは物理学からの刺激を受けて飛躍的な発展をしてきた．中でも，異種 $\mathbb{R}^4$ の発見の衝撃と共に姿を現した（数学における）ゲージ理論とよばれる分野は，定理の主張そのものは結び目や 3，4 次元多様体のトポロジーに関するものであるが，素粒子間の力を記述するゲージ場の理論をアイデアの源泉としている．それはまた，微分幾何的な量を未知関数とする非線型偏微分方程式の解析を本質的に用い，さらに代数幾何や表現論とも密接な関連をもつという，分野を横断する性格をもっている．

非線型偏微分方程式は言わば無限次元の多様体論である．無限次元多様体という言葉は格好いいが，良い実例を見ていないと空虚な内容に堕するおそれがあり，そこに飛び込むのに躊躇がある．しかし，数学において最も大事なのは自由であることだと思う．自由であるためには無限次元に飛び込むべきである．そのことを場の理論は教えてくれた．また，分野を横断するのは博識になるためではなく，より大きな自由を手に入れるためである．

この本でやろうとしたのは，ゲージ理論を学ぶ準備に役立てられるように，物理学的背景・多様体論・微分幾何・関数解析を横断して，それらの基本的な考え方を概観してみようという試みである．

第 1 章で電磁気学，第 2 章で量子力学の発想に触れる．第 3 章でファイバー束と管状近傍・トム形式について述べる．これらはトポロジーの基本概念である．第 4 章でアフィン接続とリーマン計量，第 5 章でリー群，主束とその上の接続を導入する．これらは微分幾何の基本概念である．第 6, 7, 8 章は関数解析への入門になっている．第 9 章でモース理論，第 10 章で特性類，第 11 章でディラック作用素，最後はボット周期性で締めくくった．

微分積分，集合・写像・集合族・同値関係，ベクトル空間・群・環，距離空間・位相空間の骨格部分は前提としている．これらの事項が整備され教育されているのは本当にありがたいことで，もしそれがなかったら，簡単なことを書くときですらいちいち不自由な思いを強いられたことだろう．あらためて先人たちに深く敬意を表したい．

編集者の方，過去・現在の学生さんたち，恩師や共同研究者をはじめとする数学者・物理学者の方々，家族など多くの人たちのおかげでこの本を書き終えることができたことを感謝する．

2014 年 11 月

橋本 義武

目　次

第 1 章

トポロジーから電磁気へ

ゲージ理論が電磁気学を発展させたものだと聞いて，電磁気学の教科書を見ても，そこには渦巻きのような偏微分の記号やニョロニョロと並んだ積分記号が溢れているばかりであり，煩瑣な数式の中に本質が埋もれてしまっていて，どうにもこうにも慊(あきた)りない．結句，電磁気はトポロジー的な現象なのであった．

1.1 電磁場の中の粒子

1.1.1 天体と放射線

身近にある現象は難しい．物理学はむしろ身近にはない対象を考察することによって発展してきた．古典力学は天体の観測データに基いていた．そして現代の物理学は，19 世紀に始まる **放射線** の研究に基いて形成された．

放射線の正体は，(1) 電磁波・赤外線・可視光・紫外線・X 線・ガンマ線などの光子，(2) 電子・ニュートリノ・ミュー粒子などのレプトン，(3) 原子核およびその構成要素である陽子・中性子・中間子などのハドロンに大別される．放射線は，回折・干渉などの波動性とコンプトン効果のような粒子性を併せ持っている．そして物質は放射線が何らかの機構により局在している姿である．

陽子と中性子が結合して原子核を形成するときはたらくのが強い相互作用である．中性子は単独では安定でなく，陽子・電子・反ニュートリノに崩壊するが，これを媒介するのが弱い相互作用である．この過程を，中性子が陽子に変わるときある負電荷の粒子を放出し，この粒子が電子と反ニュートリノの対を生成すると見る．相互作用を媒介する粒子が電荷をもつので，弱い相互作用は電磁相互作用と統一した電弱相互作用という形で理解される．これらの相互作用を同一の原理によって記述するのが **ゲージ理論** である．

第 2 章
スピンから量子力学へ

「彼女は，彼の友人とそういう関係にあったんだけど，なぜか彼は彼女の心の扉を開けて中を覗いてみようとはしなかった．彼は研究に没頭して，ついに私たちの世界を一変させる理論を作りあげたの.」

「その理論は君たちの世界に何をもたらしたんだい？」

「箱の中の猫が生きているのかいないのかわからなくなった.」

「箱の中の猫？ でも，それは箱の中が見えていないだけであって，生きているかいないかのどちらかではあるんだろう？ 少なくとも僕のいた向こう側の世界ではみんなそういうふうに考えている.」

「いいえ，あなたが迷い込んできたこちら側の世界ではそうじゃないの．箱を開けるまでその猫は生きているかいないかのどちらかでさえなくて，生きている猫と死んでしまった猫の重ね合わせであり続けるの.」

「彼女が，彼を愛している女と彼の友人を愛している女の重ね合わせであり続けたように？」

「そう．彼は，重ね合わせのままの彼女を受け入れることができた.」

2.1 電子のスピン

2.1.1 シュテルン＝ゲルラッハの実験

電子は負の電荷をもつだけでなく磁気双極子（長さ 0 太さ 0 の棒磁石）でもある．磁気双極子の向きと強さを表すのが磁気モーメント・ベクトルである．電子は自転しているわけではないが，磁気モーメントに平行な角運動量をもつ．これをスピン角運動量という．

銀原子 1 つの磁気モーメントは電子 1 つの磁気モーメントにほぼ等しいと考えられる．1922 年，シュテルンとゲルラッハは，銀原子のビームを不均一な磁場に入射して曲がり方を見ることにより，銀原子の磁気モーメントの成分を，

第 3 章

ファイバー束と管状近傍

幾何学は図形を測るが，トポロジーは数える．

トポロジーは，図形をぐにゃぐにゃと変形しても変わらないその図形の本質を問題にする．長さや角度や面積を測ってもそれは図形を変形したら変わってしまうわけで，じゃあどうするかというと，測るのではなく数えるのである．たとえば，図形をたがいに横断的に交わるように配置し，その交叉を数えると，その数は図形をちょっと変形しても変わらない．たくさん変形すると交叉の個数も変わってしまうが，交叉の個数が変わるのが 2 つの交叉がくっつくときに限るという状況だったら，個数の偶奇は変わらない．

さて，他の図形と横断的になるように図形を変形させるためには，図形が自由に動けるゆとり—管状近傍が必要になる．そして管状近傍は，図形に沿う方向と図形を動かす方向という区別された 2 種類の自由度をもつ空間，ファイバー束の構造をもつ．そして 2 つの図形の交叉が横断的であるとは，一方の図形を動かす方向がもう一方の図形に沿う方向になっているということである．

交叉の数え上げは管状近傍における積分によっても可能である．何を積分するかというと，それがトム形式である．トポロジーを学ぶと金太郎飴のようにどこで切ってもトム形式が出てくるが，トム形式とはどんなものかと言うとこれがまた金太郎飴によく似ている．すなわち，どこを切って積分しても同じ値が出てくるという大きい自由がある．このような概念を考えるのは，できるかぎり大きい自由の下で数えたいからである．

このように，横断性・管状近傍・ファイバー束・トム形式がトポロジーの基礎部分となっているのである．

3.1 多様体とファイバー束

3.1.1 位相多様体

多様体とは『どこを取っても $\mathbb{R}^n$ の開集合のように見える』というある意味

第 4 章 アフィン接続とリーマン多様体

子どもたちが幾何学を学ぶとき，三角形の合同条件を使っていろいろな定理を証明することに親しむ．微分積分を頼りに幾何学の対象をたとえば一般の曲面にまで広げようとするときも，最初の問いは，その合同条件をどう記述するのかである．このとき曲面の管状近傍に注目すると，第 1・第 2 基本形式，レビチビタ接続，リーマン曲率という微分幾何の基本概念が自然に現れる．そして第 1 基本形式がレビチビタ接続を，レビチビタ接続がリーマン曲率を決定していることの意味をよくよく吟味する中で，『n 方向に広がったもの』と『点ごとに与えられた二次形式』という設定こそが，太平の眠りを覚ます幾何学の夜明けたるべし，というビジョンが生まれる．

若きリーマンが講演『幾何学の基礎をなす仮説において』においてこのビジョンを世に問うたのが 1854 年，ペリー率いる黒船が浦賀に姿を現した翌年のことである．欧州の精神文明・物質文明がリーマンのような青年を生み出す段階に達していた以上，もはや攘夷などありえない選択肢であることは火を見るより明らかであった．

「いいかい，地球ってえのは丸いんだ．お天道様から見て丸いってえ話じゃあない．その上で暮らしてる俺たちにとって丸いって言ってるんでい！」

しかしそんなことを言ったところで誰もわかろうとはしないだろう，そのときまで勝はそう思っていた．

「勝先生がそうおっしゃるなら」

西郷が静かに言った．勝は心を決めた．

4.1 超曲面の幾何

4.1.1 ユークリッド空間上の等長変換

ベクトル空間 $\mathbb{R}^n$ 上の内積とノルムを $\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{y}=\sum_{j=1}^n x_j y_j$, $|\boldsymbol{x}|=\sqrt{\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{x}}$ とし，距離 d を $d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|$ によって定義すると，$(\mathbb{R}^n, d)$ は距離空間に

第 5 章
リー群から ASD 方程式へ

リーマンの講演『幾何学の基礎をなす仮説について』から 100 年の時が流れた．1954 年，物理学者楊振寧とミルズは，原子核レベルではたらく力を説明するため，非アーベル・リー群 SU(2) を用いて電磁気学を拡張する，非アーベル・ゲージ理論を世に問うた．それは主束というファイバー束の上で定義される接続という量を力の場とするものであった．（日中戦争時，学生だった楊は難を避けて昆明に移り住んだが，後にファーバー束の礎を築くことになる数学者陳省身もまた奇しくも同じ昆明にいたという．）電磁場という力の場は電荷に力を及ぼすが，自分自身には力を及ぼさない．これに対して非アーベル・ゲージ理論における力の場は，非アーベル性の帰結として電荷がないところでも複数の場たちが力を及ぼし合う，魑魅魍魎の世界である．

それは，水素爆弾の開発で覇を競っていた米ソの権力中枢において，マッカーシズム，スターリン批判の嵐が吹き荒れた時代のできことであった．

5.1 リー群とリー環

5.1.1 一般線型群の非可換性

可換環 A の元を成分とする n 次正方行列全体の集合を $\mathrm{M}_n(A)$ とする．このうち逆行列をもつもの，すなわち行列式が可逆であるもの全体のなす部分集合 $\mathrm{GL}_n(A)$ は行列の積について群をなす．これを A 上の一般線型群という．$n \geq 2$ のときこの群は非可換である．その非可換性について調べる．

零行列を O，単位行列を E と書く．体 K の元を成分とする行列 $X, Y \in \mathrm{M}_n(K)$ に対し，$\varepsilon^3 = 0$ となる変数 ε を導入すると，

$$
\begin{aligned}
&(E+\varepsilon X)(E+\varepsilon Y)(E+\varepsilon X)^{-1}(E+\varepsilon Y)^{-1} \\
&= (E+\varepsilon X)(E+\varepsilon Y)(E-\varepsilon X+\varepsilon^2 X^2)(E-\varepsilon Y+\varepsilon^2 Y^2) \\
&= E+\varepsilon^2(XY-YX).
\end{aligned}
$$

第 6 章

コンパクト作用素とフレドホルム作用素

ヤン＝ミルズ方程式や ASD 方程式を調べるには関数解析が必要になる．関数解析では，積分作用素や微分作用素に対して少し心理的距離をおいて，それらを無限次元ベクトル空間の間の線型写像として取り扱う．そのうちもっとも有限次元の場合に近いものがコンパクト作用素の理論である．その原型は 2 階常微分方程式の境界値問題にさかのぼる．

コンパクト作用素の理論における基本定理はアスコリ＝アルツェラの定理である．コンパクト作用素に関するフレドホルムの二択定理は，バナッハ空間の間の有界作用素という設定におけるフレドホルム作用素の理論として定式化される．

比例概念と計量概念は数学の二本の柱だが，関数解析は，線型作用素という比例概念とノルムや測度という計量概念を原理として，微分方程式などでモデル化された自然界の法則に肉薄する．

6.1　グリーン関数

6.1.1　C^1 関数の境界値

有界閉区間 $I = [a, b]$ 上連続で内部 (a, b) 上微分可能な関数 f に対し，平均値の定理より，

$$\lim_{x\to a+0} f'(x) = A \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a+0} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = A,$$
$$\lim_{x\to b-0} f'(x) = B \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to b-0} \frac{f(x)-f(b)}{x-b} = B$$

がなりたつ．そこで，有界閉区間 I 上の C^1 関数 f を，内部で C^1 級であって f, f' が I 上の連続関数に拡張されるものであると定義する．そうしておけば，境界での右微分・左微分の存在も言える．

より一般に，$\mathbb{R}^n$ の開集合 U に対し，$C^k(\overline{U})$ を，$C^k(U)$ に属する実または

第 7 章
ソボレフ空間

関数の大きさを測る物差しは多様である．絶対値を何乗かしたものを積分する，上限を見る，導関数の大きさも勘定に入れるなど，目的に応じていろいろな物差しを使い分ける．そこで，異なる物差しで測った異なる種類の大きさの間の関係が問題になる．このとき，2 つの物差しではなく，まず 3 つの物差しの関係に着目する．それが，2 つの物差しで測った大きさによってもう一つの物差しで測った大きさを評価する補間不等式である．

補間不等式においては，空間の拡大／縮小に対して関数の大きさがどのように反応するかがポイントになる．空間の拡大／縮小によって逆転するような不等式は，物差しどうしの比較には使えないからである．

7.1 ヘルダー空間

7.1.1 ヘルダー半ノルム

開集合 $U \subset \mathbb{R}^n$, $m \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$, $u \in C^m(U)$ に対し，

$$|u|_{H(m)} = |u|_{m,\,\infty} = \sum_{|\alpha|=m} \sup\{|\partial^\alpha u(\boldsymbol{x})| \mid \boldsymbol{x} \in U\} \in [0,\,\infty]$$

とおく．$|\alpha| = 0$ の場合は $\partial^\alpha u = u$ と解釈する．U を明示したい場合は $|\cdot|_{H(m),\,U}$, $|\cdot|_{m,\,\infty,\,U}$ と書く．この記法は以下で定義する半ノルムに対しても用いる．

任意の $0 \leq k \leq m$ に対し $|u|_{H(k)} < \infty$ となる u 全体のなす $C^m(U)$ の部分空間を $C^{m,\,0}(U)$ とし，$C^{m,\,0}(\overline{U}) = C^m(\overline{U}) \cap C^{m,\,0}(U)$ とする．$\overline{U}$ がコンパクトならば $C^{m,\,0}(\overline{U}) = C^m(\overline{U})$ である．

$0 \leq k \leq m$ に対し，$|\cdot|_{H(k)}$ は $C^{m,\,0}(U)$ 上の半ノルムである．

$$\|u\|_{m,\,\infty} = \sum_{k=0}^{m} |u|_{k,\,\infty}$$

第 8 章
楕円型作用素と熱核

楕円型作用素は，コーシー＝リーマン作用素やラプラシアンに代表される偏微分作用素であり，各点での関数の値を，まわりの点での平均と比較するものである．

楕円型作用素に対しては，常微分方程式のスツルム＝リウヴィユ型境界値問題に似た状況が再現され，固有値・固有関数を用いた理解が可能になる．

8.1　コーシー＝リーマン作用素

8.1.1　主表象と楕円型作用素

$\mathbb{R}^n$ の座標を $(x^1, \ldots, x^n)$ とする．$U \subset \mathbb{R}^n$ を開集合とし，$C^\infty(U)$ を U 上の複素数値 C^∞ 関数全体とする．微分作用素 $\partial_j = \dfrac{\partial}{\partial x^j}$ $(j = 1, \ldots, n)$ によって生成される $C^\infty(U)$ 上の代数を $\mathcal{D}(U)$ とする．$k \geq 0$ 階以下の微分作用素からなる部分ベクトル空間を $\mathcal{D}^k(U)$ とする．$\mathcal{D}^0(U) = C^\infty(U)$, $\mathcal{D}^p(U) \cdot \mathcal{D}^q(U) \subset \mathcal{D}^{p+q}(U)$ がなりたつ．$\mathbb{C}^n$ 上の k 次対称テンソル積を $S^k(\mathbb{C}^n)$ とすると，$\mathcal{D}^k(U)/\mathcal{D}^{k-1}(U) \cong C^\infty(U) \otimes S^k(\mathbb{C}^n)$ である．射影

$$\sigma_k : \mathcal{D}^k(U) \to C^\infty(U) \otimes S^k(\mathbb{C}^n)$$

を **主表象** という．$\sigma_k(i\partial_{j(1)} \cdots i\partial_{j(k)}) = \xi_{j(1)} \cdots \xi_{j(k)}$ とする．これは，$\mathrm{e}^{-i\boldsymbol{\xi}\cdot\boldsymbol{x}}$ に作用させることを思っているのである．

$\displaystyle\bigoplus_{k\geq 0} S^k(\mathbb{C}^n) = \mathbb{C}[\xi_1, \ldots, \xi_n]$ により，$C^\infty(U) \otimes S^k(\mathbb{C}^n)$ の元を $U \times \mathbb{R}^n$ 上の複素数値関数と見なす．

有限次元複素ベクトル空間 V, W に対し，$P \in \mathcal{D}^k(U) \otimes \mathrm{Hom}(V, W)$ は，k 階以下の微分作用素

$$P : C^\infty(U) \otimes V \to C^\infty(U) \otimes W$$

と見なすことができ，その主表象が $C^\infty(U)$ 上の準同型

第 9 章

モース理論と超対称性

「先生，ついにモース理論がわかりました！」

若き物理学者の甲高い声を聞きながら，かつて同じことばを自分に告げた若者がいたことを彼は思い出していた．高次元ポアンカレ予想解決に匹敵する，否，それをも凌ぐ大きな波が近づいている予感を彼は感じた．

「不滅…！　モース理論は…！　不滅…！」

彼はそう呟いた．

9.1　スメールのモース理論

9.1.1　境界つき多様体

$\mathbb{R}^n$ の点 $(x^1, \ldots, x^n)$ で $x^n \geq 0$ であるもの全体の集合を H，$x^n > 0$ であるもの全体の集合を H°，$x^n = 0$ であるもの全体の集合を ∂H とし，H を上半空間，H° を内部，∂H を境界という．H の開集合 U, V に対し，連続写像 $f : U \to V$ が C^∞ 写像であるとは，$f(U \cap H^\circ) \subset H^\circ$, $f(U \cap \partial H) \subset \partial H$ であって，$f|U \cap H^\circ$, $f|U \cap \partial H$ が C^∞ 写像であり，$f|U \cap H^\circ$ の任意の高階導関数が U に連続に拡張でき，そのうち ∂_n を含まないものの $U \cap \partial H$ への拡張が，$f|U \cap \partial H$ の対応する高階導関数に一致することである．

H の開集合 U, V に対し，C^∞ 写像 $f : U \to V$ が微分同相であるとは，逆写像が存在して C^∞ であり，かつ $f(U \cap \partial H) = V \cap \partial H$ であることである．

ハウスドルフ空間 M の開被覆 $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$，および U_α から H の開集合の上への同相 φ_α が与えられていて，$\varphi_\alpha \circ \varphi_\beta^{-1}$ が微分同相であるとき，$(M, \{(U_\alpha, \varphi_\alpha)\}_{\alpha \in \Lambda})$ を **境界つき多様体** といい，$\partial M = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} \varphi_\alpha^{-1}(\partial H)$ を M の **境界** という．

第 10 章 特性類

いきなりコホモロジーを取るのではなく，まず固有値の小さいものだけを残す．前章の最後にそのような考え方，フィルトレーションつき複体というものが登場した．これはホモロジー代数に漸近展開の手法を導入するものである．位相空間の問題をフィルトレーションつき複体に写し取って解決するのが代数トポロジーの常套手段である．

スペクトル系列はその際必須となる技法である．添え字が 3 つもあるが，それぞれ意味合いが異なっていることに注意が必要である．

10.1 スペクトル系列

10.1.1 フィルトレーションつき複体

アーベル群の複体に対し，コチェインの群がフィルトレーションをもち，境界作用素がフィルトレーションつきアーベル群の射であるとき，この複体を **フィルトレーションつき複体** という．それらの間の射は境界作用素・フィルトレーションと両立するものとして定義される．フィルトレーションは，ホモロジー代数に，漸近展開に類似した近似の概念をもたらす．

アーベル群 C 上のフィルトレーション $F^\bullet C$ および C の部分群 A に対し，A 上に誘導されるフィルトレーションを $F^pA = F^pC \cap A$ によって定義する．以下，この記法を頻繁に用いる．

フィルトレーションつき複体 $(F^\bullet C^\bullet, d)$ に対し，コホモロジー群 $H^n = H^nC^\bullet = Z^n/B^n$ のフィルトレーションが $F^pH^n = F^pZ^n/F^pB^n$ によって与えられる．以下，

$$\mathrm{gr}_F^p H^n = \frac{F^pH^n}{F^{p+1}H^n} \cong \frac{F^pZ^n}{F^{p+1}Z^n + F^pB^n} \cong \frac{F^pZ^n/F^{p+1}Z^n}{F^pB^n/F^{p+1}B^n}$$

を計算する方法について述べる．

第 11 章
ディラック作用素

物理学者ディラックは，シュレーディンガー方程式を相対論的に補正するにあたって，シュレーディンガー方程式が失ってはならない本質が，確率密度の連続の方程式を導くところに，したがって時間について 1 階であるところにあると喝破し，ラプラシアンの平方根と見なせる 1 階微分作用素を見出した．後にこれはトポロジーにおいて本質的に重要な作用素であることが判明し，数学者たちによってディラック作用素と名づけられることになる．

11.1　クリフォード代数

11.1.1　ラプラシアンの平方根

微分作用素 $\partial_j = \partial/\partial x_j$ $(j = 1, \ldots, n)$ に対し，2 階微分作用素 $\Delta = \sum_{j=1}^{n} \partial_j{}^2$ をラプラシアンという．これに対し, 1 階微分作用素 D で $D^2 = -\Delta$ となるものを考えたい．

$n = 1$ の場合は $D = \pm i\partial_1$ でよい．$n = 2$ の場合, $\Delta = (\partial_1 + i\partial_2)(\partial_1 - i\partial_2)$ と因数分解することはできる．そこで，微分作用素が $\mathbb{C}^2$ に値をとる 2 変数関数に作用すると見て，

$$D = \begin{bmatrix} 0 & i\partial_1 + \partial_2 \\ i\partial_1 - \partial_2 & 0 \end{bmatrix} = i\sigma_1\partial_1 + i\sigma_2\partial_2$$

とおくと，$D^2 = -\Delta$．ここで $(i\sigma_j)^2 = -E$, $(i\sigma_2)(i\sigma_1) = -(i\sigma_1)(i\sigma_2)$.

一般の n の場合，微分作用素が $\mathbb{C}^m$ に値をとる n 変数関数に作用すると見る．そして，m 次複素正方行列 γ_j $(j = 1, \ldots, n)$ で $\gamma_j{}^2 = -E$, $\gamma_k\gamma_j = -\gamma_j\gamma_k$ $(j \neq k)$ をみたすものが見つかったとする．このとき $D = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j\partial_j$ とおくと，$D^2 = -\Delta$ である．D を **ディラック作用素** という．

問題は，n に対して m をどのように取ればこんな都合のよい複素正方行列 γ_j が存在するのかということである．これに答えるのがクリフォード代数の理

参考文献

[1] ボット＝トゥー，微分形式と代数トポロジー，シュプリンガー・フェアラーク東京，1996.

[2] ミルナー，モース理論，吉岡書店，1968.

[3] M. F. Atiyah, K-Theory, Addison-Wesley, 1967.

[4] 服部晶夫，多様体，岩波書店，1989.

[5] 服部晶夫，多様体のトポロジー，岩波書店，2003.

[6] 松本幸夫，多様体の基礎，東京大学出版会，1988.

[7] 森田茂之，微分形式の幾何学，岩波書店，2005.

[8] 枡田幹也，代数的トポロジー，朝倉書店，2002.

[9] 深谷賢治，ゲージ理論とトポロジー，シュプリンガー・フェアラーク東京／丸善，1995, 2012.

[10] 古田幹雄，指数定理，岩波書店，2008.

[11] N. Berline, E. Getzler and M. Vergne, Heat Kernels and Dirac Operators, Springer, 2004.

[12] S. K. Donaldson and P. Kronheimer, The Geometry of Four-Manifolds, Oxford, 1990.

[13] D. Freed and K. Uhlenbeck, Instantons and Four-Manifolds, Springer, 1984, 1991.

[14] ブレジス，関数解析—その理論と応用に向けて，産業図書，1988.

[15] 田辺広城，関数解析下，実教出版，1981.

[16] A. Friedman, Partial Differential Equations, Dover, 2008.

[17] N. V. Krylov, Lectures on Elliptic and Parabolic Equations in Sobolev Spaces, AMS, 2008.

索　引

欧字

ア

カ

サ

タ

ナ

ハ

マ

ヤ

ラ

著者略歴

橋本 義武
はしもと よしたけ

1990 年　東京大学大学院理学系研究科博士課程修了
　　　　理学博士
1994 年　大阪市立大学理学部助手
1998 年　同講師
2000 年　同助教授
2009 年　東京都市大学知識工学部教授（現在に至る）
専　門　トポロジー，微分幾何，ADHM 構成・リーマン面上の微分の
　　　　モジュライ・高次元ブラックホールの研究

臨時別冊・数理科学 SGC ライブラリ-114

『ゲージ理論の基礎数理
　物理学的背景からトポロジー，微分幾何，関数解析まで』（電子版）

著　者　橋本 義武

2019 年 3 月 10 日　初版発行　ISBN 978-4-7819-9964-7
この電子書籍は 2015 年 2 月 10 日初版発行の同タイトルを底本としています.

数　理　科　学　編　集　部　　　　発行人　森　平　敏　孝
TEL.(03)5474-8816
FAX.(03)5474-8817

ホームページ　http://www.saiensu.co.jp
ご意見・ご要望は　sk@saiensu.co.jp まで.

発行所　© 株式会社　サイエンス社　　　TEL.(03)5474-8500 (代表)
〒151-0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷 1-3-25

組版　三美印刷