January 2020 MATHEMATICAL SCIENCES Number 679

特集／量子異常の拡がり

量子異常の拡がり

素粒子論から物性論まで

三角 樹弘

1. 量子異常の拡がり

並進や回転に代表される何らかの“操作”に対する不変性（対称性）は，自然の構造を理解する上で最も重要な概念の一つです．ミクロな世界を記述する量子論も，古典論の特性関数を起点に定式化されるため，「対称性」と言えば，ひとまず古典論の対称性を意味します．ところが，量子化を行なって量子論を考えるとその対称性が破れている場合があり，このような状況を指して「対称性が量子異常（アノマリー）を持つ」と言います．

量子異常は，1949年の福田–宮本による萌芽的研究の後，1969年のアドラー，ベル–ジャキウによるカイラル量子異常の発見[1]と $\pi_0 \to \gamma\gamma$ 崩壊の理論的解明，そして藤川氏による経路積分形式での量子異常導出法の確立[2]とゲージ場のトポロジーとの関係の解明を経て，場の量子論を理解する上で不可欠な概念となりました．また，理論の整合性から要請されるゲージ量子異常の相殺（標準理論のクォーク–レプトン間の相殺や超弦理論におけるワイル量子異常の相殺）は，素粒子論研究の大きな指針になってきました．近年，量子異常と場の量子論の位相幾何学的性質の繋がりが一層詳しく理解され，新たな視点から量子異常が再考察・拡張されています．その拡がりは物性理論，素粒子論，原子核理論に及び，量子物理学全般を繋ぐ重要な概念になりつつあります．

この特集では，量子異常に関係する最新のトピックに精通する研究者の方々に，基礎的な内容から最新の研究状況まで隈無く解説をしていただきました．初めのこの記事では，本特集で重要になるキーワード「対称性に守られたトポロジカル相」，「トフーフト量子異常」，「高次形式対称性」などを紹介しながら，量子異常の最近の発展を概観します．量子異常発見の歴史的な経緯，量子異常の基礎についてはこの分野の開拓者である藤川氏の解説記事を参照していただければ幸いです．

2. 量子異常の紹介

さて，既に述べたように「量子異常」とは何らかの変換の下での不変性が，量子化に際して失われることを指します．ここでは量子化として，ユークリッド化された経路積分 $Z = \int \mathcal{D}\phi\, e^{-S}$ に基づくものを考えましょう．ϕ は場の変数，S は古典論の作用積分を表します．この立場での量子異常とは，場の変数 ϕ に対する特定の変換 $\phi \to \phi'$ に対して作用積分 S が不変であるにも関わらず，経路積分測度が $\mathcal{D}\phi' = \mathcal{D}\phi\, e^{i\mathcal{A}}$ のように非自明に位相変換されることを意味します[2]．この際に現れる位相 $\mathcal{A}$ が量子異常を特徴付けます．

ゲージ理論の例でこの様子を見てみましょう．N_{f} 個のゼロ質量クォークを含む4次元量子色力学（QCD）においては，クォーク場の $U(1)$ 軸性変換 $\psi' = e^{i\gamma_5\alpha}\psi$，$\bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{i\gamma_5\alpha}$ の下での所謂 $U(1)$ カ