

特集／ネットワークから見る世界

巻頭言

河原林 健一

ソーシャルネットワークやWEBの出現により、ネットワークあるいはグラフ（以下、グラフに統一）に関する研究は、従来の古典的なグラフの解析やグラフアルゴリズムの開発だけにとどまらず、実データの解析にまで広がってきた。本特集ではグラフを扱う学問を、数学・計算機科学・（統計）物理学などの幅広い視点から解説する。

グラフを扱う学問は、大きく2つに分けられる。1つ目はグラフそのものの解析を行う学問、そして2つ目はグラフを「道具」として扱う学問である。前者は主に数学的解析を行う「グラフ理論」と計算機科学からの解析を行う「グラフアルゴリズム」に分けられる。また後者は、主に統計物理を中心としたアプローチから解析を行う「ネットワーク科学」が位置づけられる。さらには現在の機械学習、深層学習ブームにつながる神経科学、脳科学からのネットワーク解析も注目されている。

前者に関しては、まずグラフ理論の基本的な内容に関して、小関氏に解説をお願いした。小関氏の解説では、グラフ理論で最も有名な定理の1つである「Mengerの定理」から始まるグラフ理論の理論発展を概観し、最後に有名な「The two disjoint paths theorem（2本の点素パス定理）」で締めくくられている。この定理は、後述する「Graph Minor（グラフマイナー）理論」の膨大な証明の中で大きな役割を果たす定理である。

グラフを「代数的」および「確率的」に解析する代表的な分野が「スペクトルグラフ理論」と「ランダムウォーク」である。前者は、グラフの隣接行列、あるいはそこから派生する行列の固有値、固有ベクトルとグラフの特徴の関係を解析する分野である。また後者は、与えられたグラフ上におけるランダムウォークの収束時間等を解析する分野である。この2つの分野は密接にかかわっている。例えば、GoogleのPageRankは、定式化自体は線形代数でありスペクトルグラフ理論の範疇に思えるが、行列自体はランダムウォークの確率遷移行列そのものである。実際、GoogleのPageRankは、Web上をRandom Surferをもとに定式化している。これら密接に関連する2つの分野について、前者は吉田氏に、後者は白井氏に解説を依頼した。特筆すべきは、両氏とも「疎化」という、大域的な意味での「連結度」を保つような疎グラフを得る方法を記述しているという点である。その中で、白井氏の解説にある「Expander graph（エキスパンダーグラフ）」の特徴と、吉田氏の解説にある「Conductance（コンダクタンس）」の大きいグラフの特徴は、ほぼ同値の内容が述べられている点も注目に値する。

グラフと微分幾何を解説する砂田氏の解説は、曲面やそれを一般化した多様体のような「滑らかな形」を研究対象にした微分幾何と、その際に現