

特集／線形代数の考え方

線形代数の考え方

河東 泰之

線形代数は理工系の大学生なら誰でも1年生で習う基本科目だと言ってよいであろう。それは抽象的な純粋数学から始まって、物理学、情報科学、工学、経済学その他のあらゆる分野で極めて役に立つからである。私の専門は作用素環論とそれに関係する数理物理学で、無限次元のヒルベルト空間上での線形代数にあたる問題を扱うが、線形代数の拡張、発展は基本的な研究対象であるし、さらに無限次元の問題が有限次元の線形代数に帰着するのもよくあることである。私は昔大学で線形代数を習ったとき、微分積分学は先にずっと続いていて奥が深いのに対して線形代数は底が浅いと言われたのだが、それは全く間違っていると思う。

量子力学は最初から無限次元の線形代数というべき関数解析と密接に関連していた。フォン・ノイマンの活躍に見られる通り、無限次元の数学がこの流れの中で大きく発展してきたが、近年注目を集めている量子情報に関係する分野では有限次元の線形代数そのものが重要な役割を果たすことが多い。最近各方面で大きな話題を呼んでいる量子コンピュータの数学的理論でも線形代数が決定的に重要である。そこでは例えばテンソル積の概念が必須だが、これは普通大学1年生で習う線形代数の範囲に入っていない。このことは入門レベルを超える線形代数までが応用において非常に重要であることを示す一例である。

またデータサイエンスの必要性が近年大きく叫ばれているが、ここでも統計的な処理における線

形代数の果たす役割は極めて大きい。ビッグデータの処理、そこでのAIの活用、特にディープラーニングの急速な発展などが大きな話題となっているが、ここでも線形代数はあらゆる手法の基礎となっている。線形代数なしには話が一步も進まないと言っても言い過ぎではない。

もっと前からある線形代数の応用としては暗号、符号の理論がある。これらにおいては特に有限体上の線形代数が重要である。私はこれについて普通とは違うオムニバス講義で説明したことがあるが、学生の反応に、線形代数がこういうことに役立つとは知らなかったというものがいくつもあった。数学の講義では普通抽象的な枠組みだけを説明するので、それがどのように役に立つかはあまり伝わっていないのであろう。しかしここまで述べたようにあらゆる方面に大きく応用できるような基礎だからこそ、世界中の多くの大学で1年生に教えているのである。

線形代数は長い数学の歴史の中では比較的新しい分野である。行列式など比較的古くからある話題もあるが、もう一つの基礎的な分野である微分積分学に比べても、様々な理論や道具が現在の形で整備されたのはかなり新しい。この歴史と関係するわけではないかもしれないが、高校でも微分積分学はかなり詳しく教えるのに対し、線形代数はほとんど教えていない。しばらく前までは1次変換として 2×2 行列の様々な性質が高校数学に入っていたのだが、今はなくなってしまっている。