

SGC ライブラリ-157

新版
量子光学と量子情報科学

古澤 明・武田 俊太郎 共著

サイエンス社

新版まえがき

この本の初版(数理工学社から刊行)を書いてから、早いもので15年が経過してしまった。15年前はみんな量子コンピュータの実現はずっと先の話だと思っており、量子情報科学を学ぶ人はそれほど多くはなかった。そのため、色眼鏡を通して見られることも多く、この学問が「量子力学そのもの」であることを強調する必要があった。しかし、今日では、種々の問題があるとはいえ、量子コンピュータはかなり実現に近づいており、量子情報科学の重要性について疑念を抱く人はもはやいないであろう。本当に隔世の感がある。今では、ブラックホールなど宇宙の成り立ちに関する議論にまで量子情報科学が登場する。このような時代背景のもと、「量子光学と量子情報科学」も新版として生まれ変わり、サイエンス社からSGCライブラリの一巻として刊行されることになった。新版では、旧版の大半を残したうえでアップデートし、それに加え、新進気鋭の量子物理学者である武田俊太郎博士に、今日の量子情報処理の主流になりつつある、量子テレポーテーションをベースにしたユニバーサル量子情報処理の実現手法と、その時間領域多重量子情報処理への応用を、「今後の展望」として加えてもらった。この分野の発展のスピードは極めて速いが、基本的な考え方は15年前と変わらないと思う。したがって、最近のトピックスを加えれば、この分野を理解するのに十分であると思われる。最後に、この分野の研究を旧版の時代から15年続けるためには、非常に多くの人たちにお世話になった。全員の名前を挙げるのは不可能であるが、古澤研究室メンバー全員にとっても感謝している。

2020年1月

古澤 明
武田俊太郎

まえがき

本書は基礎的な量子力学を学んだ理工系大学生・大学院生が、近代的な光学において量子力学がどのように応用されているかを学ぶための教科書あるいは参考書として執筆されたものである。したがって、ある程度量子力学の基礎を習得していることを前提としている。

広い意味でのナノテクノロジーの進歩により、人類が直接アプローチしうる領域は非常にマイクロになり、現代科学技術で取り扱う対象は全て量子力学的領域に到達したといっても過言ではない。つまり、現代科学技術におけるパラダイムが古典力学から量子力学に移行しているとしてもよいであろう。そのような状況の中、光を量子力学的に捉え直した量子光学は量子力学的効果研究の良い土俵として広く用いられている。これは、固体系に比べ、光では量子状態を保持しやすいからである。

量子光学の応用として、「量子情報科学」が考えられている。量子情報科学とは、量子力学を情報科学と融合させ、新たな情報科学パラダイムを構築しようとするものである。その中心的主題は量子エンタングルメント (量子力学的不可分性) である。量子エンタングルメントは、古典力学的には不可能な操作を可能にする。量子光学では量子エンタングルメントを比較的容易に生成できるため、量子光学と量子情報科学は不可分な関係になりつつある。

筆者は東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻において、「量子情報物理」という講義を担当し、主に修士1年生を対象に講義を行っている。そこでは、量子光学的観点から、量子情報科学を概観している。これは、量子光学的アプローチが実験的には一番進んでおり、問題点がクリアになるためである。講義の経験から、本書では現象の理解のため、実験に関する記述に重点をおいた。式を追っただけの表面的な理解では、真の理解に到達するのは難しいからである。

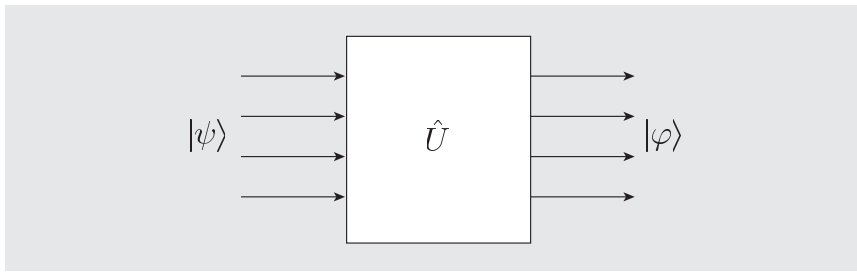
本書の構成について述べる。次の図に示したように、量子情報処理とは入力状態 $|\psi\rangle$ を出力状態 $|\varphi\rangle$ にユニタリー変換することである。式で書くと、

$$|\varphi\rangle = \hat{U}|\psi\rangle \quad (1)$$

となる。後で述べるように、ユニタリー変換はハミルトニアン \hat{H} を用いて

$$\hat{U} = e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t} \quad (2)$$

と書けるから、任意のユニタリー変換に相当する任意の量子情報処理操作を可能にするためには、任意のハミルトニアンが必要になる (計算機的に言えば、任意の「量子演算ゲート」が必要ということになる)。また、任意の量子情報処理操作を行うためには、初期状態 $|\psi\rangle$ をどのように選ぶか、あるいはどのように用意するかは非常に重要な問題である。さらに、ユニタリー変換器 (量子コンピュータ) の中で量子エンタングルメントが生成されて初めて古典的情報処理を凌駕できるので、量子エンタングルメントに関する理解は重要である。一方、量子光学とは、光の量子状態の生成と



量子情報処理

制御を研究する学問である。つまり、量子光学では、式 (1) を実現するための初期状態 $|\psi\rangle$ ，ユニタリー変換 \hat{U} ，ユニタリー変換器の中で生じる量子エンタングルした状態の研究を，光を用いて行っているということもできる。

このような背景から，本書では，前半で「量子光学」について解説し，後半で「量子情報物理」について解説するというスタイルを取った。前半で，量子情報処理の初期状態 $|\psi\rangle$ として用いることのできる光の状態，さらにそれを制御する物理過程をハミルトニアンおよびユニタリー変換の描像で解説した。また，光を用いた量子エンタングルメント生成法に関して詳しく述べた。後半では，前半で解説した光の量子状態，ユニタリー変換を用いて，いくつかの重要な量子演算が可能となることを示した。また，前半では，光の場を理解するのに有用な調和振動子について，量子光学につながる形で解説を試みた。かなりこじつけ的な解説を行ったが，読者の理解（混乱？）を深めるのに役立つことを期待している。

本書を執筆するのに参考にした本を挙げる。量子力学に関しては，清水 明著「新版 量子論の基礎」，サイエンス社 (2004) を参考にした。もし量子力学の基礎で不明の点が出たら，この本を読むことを勧める。量子光学の基礎に関しては，C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg 著 “*Photons and Atoms — Introduction to Quantum Electrodynamics*”, John-Wiley & Sons, Inc. (1989) および W. P. Schleich 著 “*Quantum Optics in Phase Space*”, WILEY-VCH (2001) を参考にした。また，量子情報科学の基礎に関しては，M. A. Nielsen, I. L. Chuang 著 “*Quantum Computation and Quantum Information*”を参考に行っている。これらの本はとてもよく書けているので一読を勧める。

最後に，同じ専攻に属し学科の大先輩でもある藤原毅夫教授には本書の執筆を薦めていただき御礼申し上げたい。また，執筆に際して支えていただいた東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻古澤研究室のメンバーに感謝したい。特に青木隆朗博士には筆者の執筆中に幾多の仕事を引き受けてもらい，非常に感謝している。また，家庭において支えてもらった妻の朝子には特に感謝している。さらに，博士課程の学生である米澤英宏君には原稿を読んでもらいコメントをいただいた。記して感謝したい。

2005 年 1 月

古澤 明

目次

第1章 量子光学	1
1.1 シュレディンガー描像とハイゼンベルク描像	1
1.2 調和振動子	2
1.3 電磁場の量子化	12
1.4 時間発展としての物理過程	22
1.5 コヒーレント状態	26
1.6 スクイーズド状態	34
1.7 密度演算子	39
1.8 光の量子力学的測定——バランス型ホモダイン測定	40
1.9 ロスと真空場	47
1.10 ウィグナー関数	49
1.11 量子エンタングルメントと量子光学	57
1.11.1 2者間の量子エンタングルメント	57
1.11.2 3者間の量子エンタングルメント	71
第2章 量子情報物理	77
2.1 量子情報と量子エンタングルメント	77
2.2 量子情報処理	83
2.3 基本的量子情報処理としての量子テレポーテーション	88
2.3.1 量子ビットのテレポーテーション	88
2.3.2 ザイリッガーグループの実験	94
2.3.3 連続量テレポーテーション	102
2.3.4 カリフォルニア工科大学での実験	104
2.3.5 量子テレポーテーションネットワーク	109
2.3.6 ハイブリッド量子テレポーテーション	114
2.4 量子エラーコレクション	119
2.4.1 量子ビットのエラーコレクション	120
2.4.2 連続量エラーコレクション	123
2.5 量子テレポーテーションを利用した量子情報処理の展望	127
2.5.1 量子テレポーテーションを用いたユニバーサル量子情報処理	127
2.5.2 大規模・汎用量子情報処理へ向けた展望	130
章末問題解答	136
索引	144
あとがき	147

第 1 章

量子光学

本章では、光の量子状態と制御に関して解説する。まず、光の量子状態を理解するのに必要な量子力学的調和振動子について解説する。次に、光の場を量子化する。ここでは、量子光学独特の方言 (因習) について述べる。さらに、これらを用いて種々の光の量子状態とその記述法について解説を行う。

本書で学ぶ概念・キーワード コヒーレント状態 スクイーズド状態 ウィグナー関数 量子エンタングルメント

1.1 シュレディンガー描像とハイゼンベルク描像

まず量子力学の復習をする。量子力学の代表的描像としてシュレディンガー描像とハイゼンベルク描像があることはご存じのとおりである。系のハミルトニアンが時間に依存しないとき、

$$\hat{U}(t) = e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}t} \quad (1.1)$$

のように時間発展演算子 $\hat{U}(t)$ を導入すれば、シュレディンガー描像では系の時間 t 経過後の状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ は、初期状態ベクトルを $|\psi(0)\rangle$ として次式で書ける (いわゆるシュレディンガー方程式)。

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\psi(0)\rangle \quad (1.2)$$

任意の物理量 \hat{A} を時刻 t において測定したときの期待値 $\langle A \rangle_t$ は

$$\langle A \rangle_t = \langle \psi(t)|\hat{A}|\psi(t)\rangle = \langle \psi(0)|\hat{U}^\dagger(t)\hat{A}\hat{U}(t)|\psi(0)\rangle \quad (1.3)$$

となるから、

$$\hat{A}_H(t) \equiv \hat{U}^\dagger(t)\hat{A}\hat{U}(t) \quad (1.4)$$

とおくと、

$$\langle A \rangle_t = \langle \psi(0)|\hat{A}_H(t)|\psi(0)\rangle \quad (1.5)$$

となり、シュレディンガー描像では演算子 \hat{A} が時間変化せず状態ベクトル $|\psi(t)\rangle$ が時間変化するのに対し、ハイゼンベルク描像では演算子 $\hat{A}_H(t)$ が式 (1.4) に基づいて時間変化し、状態ベクトル自身は時間変化せず $|\psi(0)\rangle$ に留まり続けることになる。もちろん、どちらの描像に従っても最終的な観測の期待値 $\langle A \rangle_t$ は同じ値を与えるから、どちらをとるかは個人の好みである。ただ、ハイゼンベルク描像でスタートしたにも関わらず、途中からシュレディンガー描像のように扱うのは「反則」なので注意してほしい。

1.2 調和振動子

本題に入る前の準備運動をもう少し続けることにする。

恐らく量子力学を習っているときに繰り返し出てくる物理モデルは調和振動子であろう。また、これを理解していれば量子光学を乗り切ることができる。調和振動子とは、例えばバネ定数 $m\omega^2$ のバネが、図 1.1 のように片側が壁に固定され、もう片方が質量 m のおもりに固定されているような場合である (1次元調和振動子)。もちろん、高校生の問題のように床との摩擦は無視する。バネの自然長 (力を加えていないときの長さ) からの変位を x とし、運動量を p とすれば、系の全エネルギー H つまり運動エネルギーと位置エネルギーの和はご存じのように次のように書ける。

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{m\omega^2}{2}x^2 \quad (1.6)$$

これを正準量子化すると、系のハミルトニアン \hat{H} は、

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2 \quad (1.7)$$

となる。ここで、 \hat{x} と \hat{p} は正準交換関係 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ を満たし、共役物理量演算子となっている。また、 \hat{x} の固有値を x 、その固有ベクトルを $|x\rangle$ とし、 \hat{p} の固有値を p 、その固有ベクトルを $|p\rangle$ とすれば、

$$\hat{x}|x\rangle = x|x\rangle \quad (1.8)$$

$$\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle \quad (1.9)$$

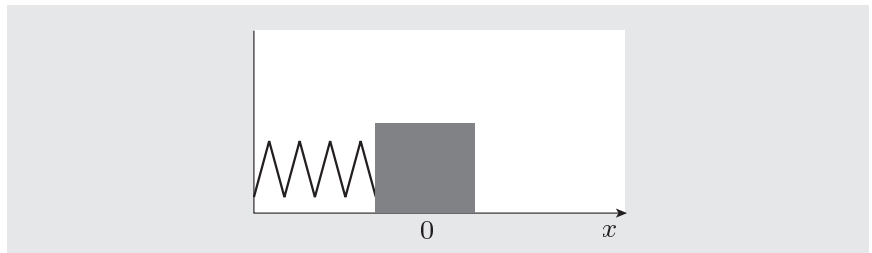


図 1.1 1次元調和振動子の例

ゆえに、

$$\Delta x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$$

Δp_0 も同様. ■

最後に次のような場合を考える. 最初エネルギー固有状態 $n = 0$ にあった図 1.1 の調和振動子の系において, 突然壁が x の正の方向へ $\sqrt{2\hbar/m\omega}\alpha$ だけ移動したとする. この場合, 「突然」とは系の応答速度より十分速くという意味であり, この条件が満たされると, 系そのものはまだ図 1.6 のようなガウス分布を保ったままである. しかし, バネは $\sqrt{2\hbar/m\omega}\alpha$ だけ縮んでおり, 系としては次式で示される波動関数の状態となる.

$$\varphi_{\text{coh}}(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}(x-\sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}}\alpha)^2} \quad (1.36)$$

この状態は, 異なった n を持つエネルギー固有状態の重ね合わせ $\sum_{n=0}^{\infty} w_n \varphi_n(x)$ になっている*10). また, 重ね合わせの係数 w_n は次式で表すことができる.

$$w_n = \int dx \varphi_n(x) \varphi_{\text{coh}}(x) \quad (1.37)$$

式 (1.28), (1.36) と公式 $\int d\xi H_n(\xi) e^{-(\xi-\xi_0)^2} = \sqrt{\pi}(2\xi_0)^n$ を用いれば,

$$w_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \quad (1.38)$$

となる. エネルギー固有状態 $\varphi_n(x)$ をとる確率は $|w_n|^2$ だから, その確率は次式のようになる.

$$|w_n|^2 = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2} \quad (1.39)$$

これはポアソン分布であるから, エネルギー固有状態 $\varphi_n(x)$ をとる確率はポアソン分布ということになる.

この例は調和振動子のポテンシャルが突然変化した場合といえるが, 後で説明する光のコヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ と等価である.

以上のように調和振動子の量子化を行うと量子力学の一通りのエッセンスを味わうことができる. また, 次節で示すように, 光の場は調和振動子と見なすことができるため, 上の議論を光の場を用いて実際に実験できる. そろそろ準備運動も十分だと思われるので, 本題である光の場の量子化に進むこととする.

1.3 電磁場の量子化

ここから量子光学について考える. まず第 1 にしなければならないのは, 光

*10) エネルギー固有状態 ($n = 0, 1, 2, \dots$) は基底をなすので, 任意の状態をこの重ね合わせで表すことができる.

ギーの状態の間を単調に振動している).

□

1.4 時間発展としての物理過程

無理矢理でも電磁波の複素振幅演算子 \hat{a} を手に入れたので、これを使って電磁波における種々の物理過程を記述することを考えよう。ただし、任意の物理過程を記述することは不可能なので、ここではユニタリー変換で記述できる、つまり式 (1.1) のように記述できる物理過程について考える。このような過程により物理量演算子 \hat{A} は、式 (1.4) のように変換される。式から明らかであるが、このような物理過程はハミルトニアン \hat{H} による時間発展と考えることができるので、種々のハミルトニアンについて考えればよいことになる。

最も基本的なハミルトニアンは、式 (1.57) をシングルモードにしたハミルトニアン \hat{H}_{sys} ,

$$\hat{H}_{\text{sys}} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.80)$$

であろう*19)。これは式 (1.57) の導出から明らかなように、真空中の電磁波の総エネルギーである。また、 $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ のように「光子数」演算子を導入すると便利である。この場合、ハミルトニアンは、

$$\hat{H}_{\text{sys}} = \hbar\omega \left(\hat{n} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.81)$$

と書ける。

このハミルトニアンによる電場演算子の時間発展は式 (1.58) のようになり、シングルモードでは最終的に式 (1.72) のようになることは前節で述べた。式 (1.72) から明らかであるが、時間が t だけ経過すると、この時間発展により位相が ωt だけ変化する。つまり、真空中を電磁波が時間 t だけ伝播したとき、その位相が ωt だけ変化するという、古典的には「当たり前」のことを示している。同様に、屈折率が n の媒質中のハミルトニアン $\hat{H}_{n,\text{sys}}$ は式 (1.55) より、

$$\hat{H}_{n,\text{sys}} = \frac{\hbar\omega}{n} \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad (1.82)$$

となる。これも真空中と同様に、位相変化が $\omega t/n$ となるという「当たり前」のことを示している。

次に重要なハミルトニアンは、ビームスプリッターのハミルトニアン \hat{H}_{BS} であろう。ビームスプリッターとは、光を一部反射し残りを透過するものの総称であるが、普通のガラスは全てビームスプリッターである。物理的には屈折

*19) 本書では、 $\hbar = \frac{1}{2}$, $\omega = 1$ としているから、 $\hat{H}_{\text{sys}} = \frac{1}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2})$ である。これは、直交位相成分の振幅を \hat{x} , \hat{p} ($\hat{a} = \hat{x} + i\hat{p}$) として、サイクル平均のエネルギーが $\frac{1}{2} (\hat{x}^2 + \hat{p}^2)$ であることに相当する。実際、 $\frac{1}{2} (\hat{x}^2 + \hat{p}^2) = \frac{1}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2})$ である。

$$e^{-i\theta\hat{L}_2} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} e^{i\theta\hat{L}_2} = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & \sin(\theta/2) \\ -\sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1.100)$$

これはまるで式 (1.98) において $\Phi = \pi/2$ とし (このとき $\hat{H}_{\text{int}} = \hat{L}_2$), $\theta = -t/\hbar$ としたときの時間発展の式となっている. したがって, (形式的に) \hat{L}_2 でビームスプリッターのハミルトニアンを代表させても, それほど問題はないと思われる.

ここまで, 量子光学における物理過程に相当する重要なハミルトニアンとして, 位相変化を記述するハミルトニアンとビームスプリッターのハミルトニアンについて述べてきた. そのほかにも, レーザーの状態であるコヒーレント状態 (後述) を生成する変位ハミルトニアン, スクイーズド状態を生成するハミルトニアン, 量子非破壊測定などで重要となる光カー効果のハミルトニアンがある. これらについては後述する.

最後に, ビームスプリッターのユニタリー変換について補足しておく. 上の議論で, ビームスプリッターのユニタリー変換は, 特定の位相関係を満たすとき, $e^{i\theta\hat{L}_2}$ となることを示した. 式 (1.99) と同様に,

$$\hat{L}_0 = \frac{1}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2) \quad (1.101)$$

$$\hat{L}_1 = \frac{1}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger) \quad (1.102)$$

$$\hat{L}_3 = \frac{1}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2) \quad (1.103)$$

とすると,

$$e^{-i\Lambda\hat{L}_0} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} e^{i\Lambda\hat{L}_0} = e^{i\frac{\Lambda}{2}} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1.104)$$

$$e^{-i\Phi\hat{L}_3} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} e^{i\Phi\hat{L}_3} = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\Phi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\Phi}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} \quad (1.105)$$

となるから, 一般の場合のビームスプリッターのユニタリー変換 (式 (1.87)) に相当する演算子 \hat{B} は,

$$\hat{B} = e^{i\Phi\hat{L}_3} e^{i\theta\hat{L}_2} e^{i\Psi\hat{L}_3} e^{i\Lambda\hat{L}_0} \quad (1.106)$$

となる. ちなみに, 式 (1.99), 式 (1.101)–(1.103) から, \hat{L}_i は角運動量演算子と同じ交換関係を満たすことがわかる. そのため, これらは光の角運動量演算子と呼ばれることがある.

1.5 コヒーレント状態

ここまで, 演算子の議論に終始し, その固有状態については特に述べてこなかった. この節では, 電磁場を量子化して (無理矢理) つくったシングルモード

状態であるスクイーズド状態に話を移そう。

1.6 スクイーズド状態

前節では、消滅演算子 \hat{a} の固有状態であるコヒーレント状態について述べた。この節では、

$$\hat{b} = \mu\hat{a} + \nu\hat{a}^\dagger \quad (|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1)$$

の固有状態であるスクイーズド状態について述べる。 \hat{a} から \hat{b} への変換は古くから知られており、ボゴリユーボフ (Bogoliubov) 変換と呼ばれている。ボゴリユーボフ変換は、もともと超伝導の BCS 理論において電子のクーパー対が生成される過程を表している。BCS 理論においてはフェルミ粒子である電子がペアになる過程を表していたが、スクイーズという物理過程においてはボーズ粒子である光子がペアになる過程を表している*30)。

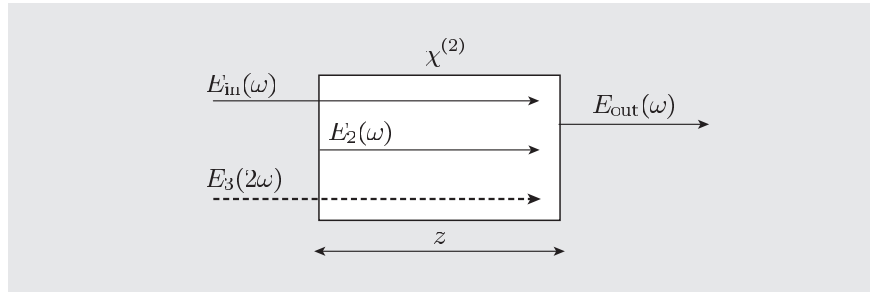


図 1.13 縮退パラメトリック過程

\hat{a} から \hat{b} への変換を物理的に実現する方法はいくつかあるが、最もよく研究されているのは縮退パラメトリック過程であろう。図 1.13 に縮退パラメトリック過程の概念を示す。縮退パラメトリック過程は、2 次の非線形光学定数を通じて、周波数 2ω の強いポンプ光 (複素振幅 E_3) と周波数 ω の入力光 E_{in} との差周波 $\omega = 2\omega - \omega$ の光 E_2 が生成され、 E_{in} と E_2 のコヒーレントな重ね合わせとして E_{out} が放出されるものである。 E_{in} と E_{out} の関係は次式のようになる。

$$E_{out} = E_{in} \cosh r - E_{in}^* \sinh r \quad (1.136)$$

ここで、

$$r = \frac{z}{2c} \cdot \frac{\omega}{n} |\chi^{(2)} E_3| \quad (1.137)$$

である。ただし、 z は非線形光学結晶の長さ、 c は光速、 n は非線形光学結晶の

*30) フェルミ粒子とボーズ粒子では交換関係が異なるため、符号に注意しなければならない。

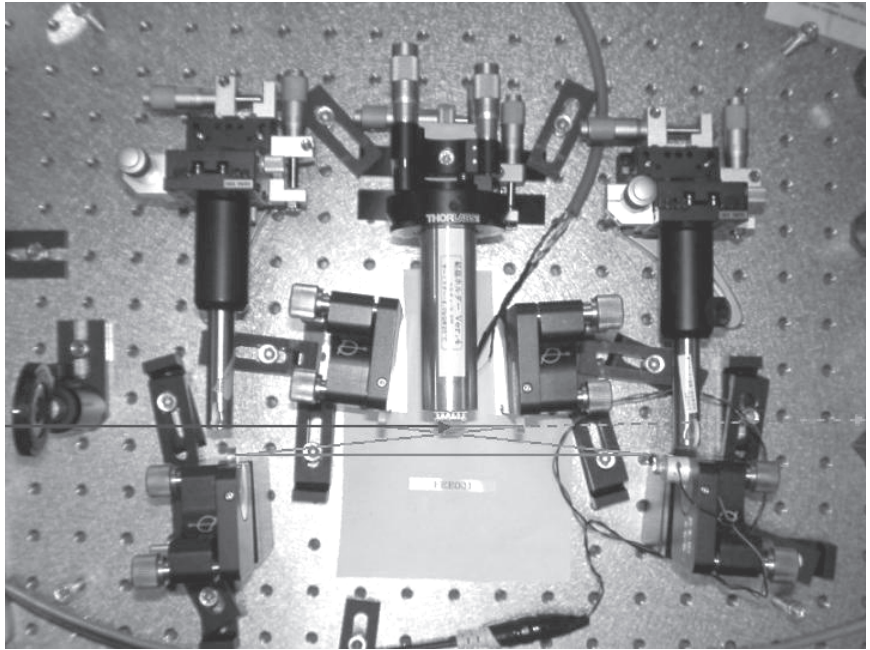


写真 1.1 光パラメトリック発振器*34)

ここでは $\chi^{(2)}$ 物質として KNbO_3 を用い、ポウタイ型共振器 (4つのミラーで構成される共振器) のビームウエスト位置に配置してある。ポンプ光として 430nm の光を用い、860nm のスクイーズされた真空場を生成している。

1.7 密度演算子

純粋に量子力学的状態は状態ベクトルで記述できるが、そうでない状態のほうが一般的である。それらを記述するのに密度演算子 $\hat{\rho}$ を導入しよう。密度演算子 $\hat{\rho}$ の定義は次式である。

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n| \quad (1.152)$$

ここで、 ρ_n は状態 $|\psi_n\rangle$ を取る確率である。

例2 例としてコヒーレント状態の密度演算子を考えよう。コヒーレント状態は純粋状態なので密度演算子は次式のようになる。

$$\hat{\rho}_{\text{coh}} = |\alpha\rangle \langle \alpha| \quad (1.153)$$

これを式 (1.125) を用いて光子数基底で展開すると、

*34) 現在は共振器を有しない導波路光パラメトリック増幅器も存在している。この特徴は共振器の帯域に制限されない広帯域性 (高速性) にある。

$$\hat{\rho}_{\text{coh}} = e^{-|\alpha|^2} \sum_n \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} |n\rangle\langle n| + e^{-|\alpha|^2} \sum_{m \neq n} \frac{\alpha^m \alpha^{*n}}{\sqrt{m!n!}} |m\rangle\langle n| \quad (1.154)$$

コヒーレント状態の光子数 n の分布は $\langle n|\hat{\rho}|n\rangle$ であるから、

$$\langle n|\hat{\rho}|n\rangle = \frac{(|\alpha|^2)^n}{n!} e^{-|\alpha|^2} \quad (1.155)$$

となり、当然であるが式 (1.126) と同様ポアソン分布を示す。この計算から明らかであるが、光子数分布には式 (1.154) の右辺第 2 項つまり密度演算子の「非対角成分」は何の影響も与えていない。この部分は何を表しているのだろうか。式 (1.154) の右辺第 1 項は複素振幅である α の位相には無関係であるが、第 2 項は α の位相の関数になっている。逆にいうと、位相空間での位相を決めているのは式 (1.154) の右辺第 2 項である。そういった意味で密度演算子の非対角成分はコヒーレンスの源となっている。□

ある意味でコヒーレント状態と対極にあるのが、黒体放射の状態である。黒体放射の状態の密度演算子 $\hat{\rho}_{\text{th}}$ は次式で与えられる。

$$\hat{\rho}_{\text{th}} = (1 - e^{-\beta_{\text{th}}}) \sum_0^{\infty} e^{-n\beta_{\text{th}}} |n\rangle\langle n| \quad (1.156)$$

ここで、 $\beta_{\text{th}} = \frac{\hbar\omega}{k_{\text{B}}T}$ であり、 k_{B} はボルツマン定数、 T は黒体の温度である。この状態における光子統計は、 $\langle n|\hat{\rho}_{\text{th}}|n\rangle$ を計算すると、 $(1 - e^{-\beta_{\text{th}}}) e^{-n\beta_{\text{th}}}$ となり、ボルツマン分布となる。この状態の密度演算子に非対角成分は存在しないからコヒーレンスは存在しない。

1.8 光の量子力学的測定——バランス型ホモダイン測定

光の量子的性質を明らかにする測定の 1 つとしてフォトンカウンティング (光子数識別) 測定がある。これは光子数演算子 \hat{n} の固有状態 $|n\rangle$ への射影と考えることができる。したがって、例えばコヒーレント状態 $|\alpha\rangle$ に対して真の意味でのフォトンカウンティング測定を行えば、式 (1.155) で表されるようなポアソン分布の光子統計を得ることができる。ただし、真の意味でのフォトンカウンター (究極の光パワーメーター) は世の中に存在しないから、このような測定は現時点では不可能である。

それに対し、理想に近い量子力学的測定を可能とするのが、バランス型ホモダイン測定と呼ばれる測定法である。バランス型ホモダイン測定の原理図を図 1.16 に示す。測りたい光を \hat{a}_1 とすると \hat{a}_2 は通常十分に高い強度を持つようにする。これらをハーフビームスプリッター上で合波し、2 つの出力光強度を測定する。ハーフビームスプリッターにおける入出力関係は式 (1.91)、(1.92) で与えられるから、光強度演算子 \hat{I}_1, \hat{I}_2 はそれぞれ、

$$\hat{I}_1 = \hat{a}'_1 \hat{a}'_1$$

を求めることができるから，適当な計算により $\psi(x_1)$ を推測することができる．つまり，波動関数を推測できる．このことは，1.10 節で説明するウィグナー関数を求める量子トモグラフィとして応用されている．

1.9 ロスと真空場

測定したい光のロスがバランス型ホモダイン測定の結果にどのように影響を与えるかを見るために，図 1.19 のようなモデルを考える．図 1.19 では，図 1.16 のセットアップに加え，ロスをモデル化したモード 1-3 間のビームスプリッターが入っている．ここで，測定したい光はモード 1 であり，モード 3 から真空場 $|0\rangle_3$ が入射する．

モード 1-3 間のビームスプリッターの出力モード 1 をローカルオシレーター光 (モード 2) の位相を $\theta = 0$ としバランス型ホモダイン測定することを考える．さらにこの出力をスペクトラムアナライザーで観測するとする．式 (1.164) からその出力 $\langle(\hat{I}_2 - \hat{I}_1)^2\rangle$ は，式 (1.160) のビームスプリッター演算子^{*41)}を用いて，

$$\langle(\hat{I}_2 - \hat{I}_1)^2\rangle$$

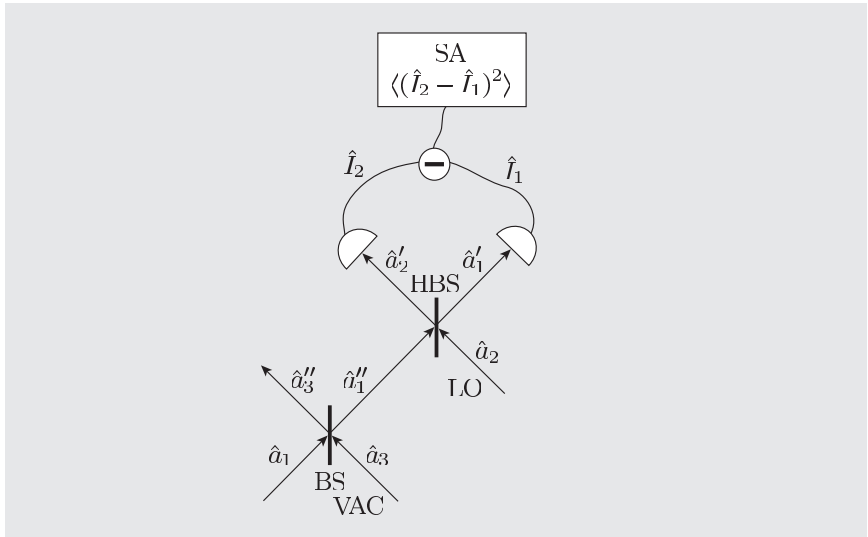


図 1.19 ビームスプリッター BS によりモード 3 (真空場) と合波されたモード 1 をバランス型ホモダイン測定し，スペクトラムアナライザー SA で観測．

*41) ただし，ここでは

$$\hat{L}_2 = \frac{1}{2i} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_3 - \hat{a}_1 \hat{a}_3^\dagger)$$

である．

さらに

$${}_3\langle 0 | \otimes {}_1\langle \psi | \hat{x}_1 \hat{x}_3 | \psi \rangle_1 \otimes | 0 \rangle_3 = 0$$

であるから、式 (1.169) は明らか。 ■

ここまで説明してきたことを示すよい例は、図 1.17 であろう。図の説明文で触れたように、現実の実験ではスクイーズされた真空場のアンチスクイーズのレベルとスクイーズのレベルは真空場レベルに関して対称にはならない。つまり、最小不確定状態になっていない(混合状態になっている)。これは現実の実験では必ずどこかにロスがあるからである。通常ロスの原因は 1 つではないが、これらは合わせて 1 つのビームスプリッターからの「真空場侵入」として計算できる。例えば、スクイーズのレベルが本来 -10dB ($e^{-2r} = 0.1$) のとき、30% のロスがあったとしよう。このとき、式 (1.169) においてロスのビームスプリッター反射率 $\sin^2(\theta/2) = 0.3$ 、したがって透過率 $\cos^2(\theta/2) = 0.7$ とし、式 (1.165) を用いれば、アンチスクイーズとスクイーズのレベルはそれぞれ 8.6dB と -4.3dB となる。ある程度、図 1.17 の実験結果と合うことから、もともとスクイーズは -10dB 程度出ており、測定全体としてのロスが 30% 程度あることがわかる。

1.10 ウィグナー関数

ここまで量子状態を図示するとき、平均値と分散に基づいた位相空間(平面)でのイメージ図のみを示してきた。ここではもう少しマシな表現法としてウィグナー関数を紹介する。ウィグナー関数は実験で求めることができるので、実験家には非常に重要なツールとなっている。

ウィグナー関数 $W(x, p)$ は以下のように定義される。

$$W(x, p) \equiv \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left(-\frac{i}{\hbar} p\xi\right) \left\langle x + \frac{1}{2}\xi \left| \hat{\rho} \right| x - \frac{1}{2}\xi \right\rangle \quad (1.171)$$

もちろん、 $\hat{\rho}$ は表現したい量子状態の密度演算子である。ウィグナー関数は準確率密度関数と呼ばれ、量子が運動量 p を持ち、位置 x に存在する確率分布と考えるとよい。そのわけは直感的には以下のように説明される。式 (1.171) の $\langle x + \frac{1}{2}\xi | \hat{\rho} | x - \frac{1}{2}\xi \rangle$ の部分は、位置 $(x - \frac{1}{2}\xi)$ から位置 $(x + \frac{1}{2}\xi)$ への状態の遷位(この間の移動)の確率を表している。位置 $(x - \frac{1}{2}\xi)$ から位置 $(x + \frac{1}{2}\xi)$ への状態の遷位は、位置 x ($x - \frac{1}{2}\xi$ と $x + \frac{1}{2}\xi$ の中点) に存在し、 ξ の長さだけ動きつつあると言い換えてもよい。ご存じのように、 $\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp(-\frac{i}{\hbar} p\xi)$ は符号(方向)を含めた長さ(位置)から運動量へのフーリエ変換を表すから、運動量 p を持つことになり、ウィグナー関数全体として位置 x に存在し、運動量 p を持

1.11 量子エンタングルメントと量子光学

1.11.1 2者間の量子エンタングルメント

この本では量子光学と量子情報科学の接点について解説することを目指している。量子情報科学の本質は何かというと、量子エンタングルメントとその制御である。そろそろ道具も揃ってきたことなので、その解説を始める。

まず、量子エンタングルメントとは何かということである。2つの物理系 A, B が量子エンタングルした状態にあるということは、その密度演算子 $\hat{\rho}_{AB}$ が以下のような場合である。

$$\hat{\rho}_{AB} \neq \sum_i \eta_i \hat{\rho}_{i,A} \otimes \hat{\rho}_{i,B} \quad (1.189)$$

ここで、 $\hat{\rho}_{i,A}$, $\hat{\rho}_{i,B}$ はそれぞれ部分系 A, B の密度演算子であり、 η_i は状態 $\hat{\rho}_{i,A} \otimes \hat{\rho}_{i,B}$ を取る確率である。つまり、量子エンタングルした状態とは、全体の状態が部分系の密度演算子の直積では書けない状態ということである。また、書ける場合をセパラブルな (分離可能な) 状態と呼ぶ。

量子エンタングルメントは、有名な EPR (アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン) のパラドックス^{*49)}に端を発する。この議論のエッセンスは、位置演算子 \hat{x} と運動量演算子 \hat{p} は、交換関係 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ を満たすから非可換であるのに対し、2つの量子系 A, B を考え、それぞれの位置演算子を \hat{x}_A , \hat{x}_B とし、運動量演算子を \hat{p}_A , \hat{p}_B とすれば、 $[\hat{x}_A - \hat{x}_B, \hat{p}_A + \hat{p}_B] = 0$ となり、可換となることである。つまり、平たくいえば、量子系 A あるいは B において、位置と運動量を同時には確定できない (位置演算子と運動量演算子の同時固有状態は存在しない) が、相対位置と運動量の和は同時に確定できる ($\hat{x}_A - \hat{x}_B$ と $\hat{p}_A + \hat{p}_B$ の同時固有状態が存在する) ということになる。このことを解釈すれば、アインシュタインならずとも非常に不思議に思うのであるが (だからパラドックスだったのだが)、式の上では何の矛盾もないので、この本では特に解釈はしないことにする。いずれにしても、この $\hat{x}_A - \hat{x}_B$ と $\hat{p}_A + \hat{p}_B$ の同時固有状態のことを EPR 状態と呼ぶ。EPR 状態は最も基本的な量子エンタングルした状態である。

EPR 状態の量子エンタングルメントについて、そのウィグナー関数の表式から考えてみよう。先ほど量子エンタングルメントを密度演算子を用いて定義したが、その定義は「量子エンタングルした状態とは部分系のウィグナー関数の積で書けない」と言い直してもよい。したがって、EPR 状態のウィグナー関数において、このようになっていることを確認する。

上述したように、EPR 状態とは $\hat{x}_A - \hat{x}_B$ と $\hat{p}_A + \hat{p}_B$ の同時固有状態のことであるが、その固有値を両方とも零としても一般性を失わない。したがって、

^{*49)} A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).

第 2 章

量子情報物理

本章では、量子光学を用いた量子情報処理について解説する。特に、その最も基本的な量子ゲート群である量子テレポーテーションについて詳しく解説する。さらに、その応用ともいえる量子エラーコレクションについて述べる。
本書で学ぶ概念・キーワード 量子テレポーテーション 量子エラーコレクション

2.1 量子情報と量子エンタングルメント

「情報」について考えてみよう。現在の情報科学における情報量は、場合の数を底 2 として対数表現したビット数で表現されるのが一般的である。1 ビットの情報とは (0 か 1 かの) 2 つの状態を取りうる時の場合の数である。例えば 0 から 7 までの数は 8 個あるから、 $\log_2 8 = 3$ から 3 ビットの情報量である。同じことであるが、0 から 7 までの数は二進数表記すれば、3 桁 (3 ビット) で表現できる。つまり、

$$0_{(10)} = 000_{(2)}, 1_{(10)} = 001_{(2)}, \\ \dots, 7_{(10)} = 111_{(2)}$$

となっている (当たり前だが)。量子情報では、個々のビットを量子状態 (ベクトル) とし 0, 1 をそれぞれ $|0\rangle, |1\rangle$ とする^{*1)}。したがって、0 から 7 までの状態ベクトルは

$$|0_{(10)}\rangle = |0\rangle|0\rangle|0\rangle, |1_{(10)}\rangle = |0\rangle|0\rangle|1\rangle, \\ \dots, |7_{(10)}\rangle = |1\rangle|1\rangle|1\rangle$$

のようになる。ただし、

*1) $|0\rangle, |1\rangle$ は直交し、規格化されている。

量子ビットと連続量

量子情報の単位として、2つの理想極限があり、それぞれ量子ビット、連続量と呼ばれている。量子ビットは前述したように、

$$|\psi_2\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle = \sum_{n=0}^1 c_n|n\rangle \quad (2.8)$$

であり、連続量は

$$|\psi\rangle = \int dx \psi(x) |x\rangle \quad (2.9)$$

のような一般の状態ベクトルである。ここで、 $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ であり、 $\int dx |\psi(x)|^2 = 1$ となっている。 $\psi(x)$ はいわゆる波動関数である。量子ビットにおける「情報」は係数 c_0, c_1 のことであるが、連続量でも「係数」 $\psi(x)$ が「情報」となっている。また、連続量も基底を $|n\rangle$ に替えれば、

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n|n\rangle \quad (2.10)$$

となることから、ある意味では量子ビットを含むといえる。

2.2 量子情報処理

図 2.3 に示したように、量子情報処理とは入力の量子情報 (量子状態 $|\psi_{\text{in}}\rangle$) に (プログラムした) ユニタリ変換 \hat{U}_f を施し、出力 $|\psi_{\text{out}}\rangle$ を得ることである。式で書けば、

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = \hat{U}_f |\psi_{\text{in}}\rangle \quad (2.11)$$

となる。また、ユニタリ変換 \hat{U}_f は、式 (1.1) のようにハミルトニアン \hat{H}_f を用いて

$$\hat{U}_f = e^{-i\frac{\hat{H}_f}{\hbar}t} \quad (2.12)$$

と書けるから、ユニバーサルな量子情報処理を行うためには、任意のハミルトニアンを用意しなければならない。任意のハミルトニアンを用意することなど途方もないことなので、ユニバーサルな量子情報処理は実現不可能と感ずるかもしれない。しかし、案外そうでもないのである。これは以下の議論による。

ハミルトニアンを2つ用意できたとしよう。それぞれを \hat{H}_1, \hat{H}_2 とする。これは物理操作 (ユニタリ変換) として $\hat{U}_1 = e^{-i\frac{\hat{H}_1}{\hbar}t_1}$ と $\hat{U}_2 = e^{-i\frac{\hat{H}_2}{\hbar}t_2}$ が可能という状況である。このとき、物理操作 $\hat{U}_3 = e^{-i\frac{[\hat{H}_1, \hat{H}_2]}{\hbar}t_3}$ が可能になる。つまり、ハミルトニアン $\hat{H}_3 = i[\hat{H}_1, \hat{H}_2]$ も用意できることになる。このことは、以下のように考えることができる。

まず、ハミルトニアン \hat{H}_1, \hat{H}_2 が用意できれば、物理操作 $\hat{U}_1 = e^{-i\frac{\hat{H}_1}{\hbar}t_1}$,

となる。したがって、①–③を合わせると、式(2.15)で示した制御ノットゲートの動作をしていることがわかる。

これらを念頭に図2.6を見てみよう。まず①は、モード2と3とハーフビームスプリッターにより、式(2.19)のように達成される。次に光カーハミルトニアンによるユニタリー変換、つまり式(2.17)により、モード1が単一光子状態 $|1\rangle_1$ でかつモード2も単一光子状態 $|1\rangle_2$ のときだけ符号が反転することにより、②が達成される。③は式(2.19)の逆変換はそれ自身であることから達成される。したがって、全体で制御ノットゲートの動作が行われたことになる。

このように、ビームスプリッターのハミルトニアンと光カー効果のハミルトニアンを用いると、制御ノットゲートとアダマールゲートの動作をさせることができる。

2.3 基本的量子情報処理としての量子テレポーテーション

2.3.1 量子ビットのテレポーテーション

量子テレポーテーションという言葉聞いて、読者はどのように思うだろうか。大多数はSF小説の中での空想の産物と思うだろう。テレポーテーションという言葉はかなり以前からSF小説の中ではポピュラーな存在であり、テレポーテーションと聞いてどういうことか想像できない人はいないであろう。宇宙船の中からどこかの星の上に瞬時に移動するという「あれ」である。

しかし、ここで挙げる量子テレポーテーションは、SF小説で語られている一種の「オカルト」とは異なる。量子テレポーテーションは量子状態(量子情報、簡単な例は波動関数)を伝送することであるが、古典的状态(古典情報)を伝送する従来の情報通信と本質的に異なるため、敢えてそう名付けられている。その根本理由は、「任意の量子状態はコピーできない」という要請である。通常の情報通信を考えてみよう。通常の情報通信においては、情報の送信者の意図により、受信者に送った情報と同じものを手元に残すことができる。例えば、ファックスを思い浮かべれば簡単であろう。ファックスではオリジナルは送信者の手元に残り、コピーが受信者の手元に現れる。また、電子メールでも送った内容のコピーを手元に残すことができる。ところが、量子状態の伝送時にこのようなことが可能となると、送信者と受信者双方に同じ量子状態が出現してしまうことになる。つまり、量子状態がコピーされたことになってしまう。したがって、「任意の量子状態はコピーできない」という根本原理に矛盾せず、量子状態を伝送するためには、送信者側で必ずオリジナルの状態が「消滅」し、受信者側で再び現れるということが必要になる。この送信者側での「消滅」と受信者側での「再生」の様子が、SF小説のテレポーテーションと似ていたため、このようなネーミングになったのである。つまり、テレポーテーションと

従来の量子ビットのテレポーテーションには確率的かつ特殊な条件付きでしか成功しないという欠陥があり、一方で連続量のテレポーテーションにはスクイズが有限のためノイズが乗るといった問題があった。しかし、これらをハイブリッド化し、ゲイン調整という新しい機能を加えることで双方の問題を回避できたということは極めて興味深い結論である。

最後に、この量子テレポーテーションの実験装置の写真を写真 2.2 に示す。4.2m×1.5m の光学テーブル上に、500 枚以上のものミラーやレンズを用いて光回路が構築されている。

2.4 量子エラーコレクション

情報処理を何らかの物理系で実現するにはエラーコレクションが欠かせない。これは、現実の物理系でエラーレートを零にすることは不可能であり、有限のエラーレートを持つ処理系で、いわゆるエラーフリーを実現するためには、情報そのものを冗長化し、システム全体にある種のエラー耐性を生じさせなければならないということである。いままでの情報処理ではそれが可能であった。最も簡単な例は、トリプルビットコードと呼ばれる次のようなコードである。

$$\begin{aligned} 0_L &= 000 \\ 1_L &= 111 \end{aligned} \tag{2.70}$$

トリプルビットコードでは、3 ビットのうち 1 ビットが反転しても (ビットフリップと呼ぶ、例えば 000 が 010 になる)、残りがそのままであれば多数決によりもとに戻すことができる。つまり、エラーコレクションできる。このとき重要なのは、当たり前だが、各ビットが 0 か 1 のどちらかであることを知ることである。個々のビットの値を測定により知り、どのようなエラーであるかを明らかにすればエラーコレクションが可能なのである。

しかし、この方法は量子情報処理では使えない。なぜなら、個々の量子ビット (あるいは量子状態) を測定しても量子情報は取り出せないし (量子状態を決められないし)、そもそも量子状態は壊れてしまう。つまり、通常の方法では量子情報処理においてエラーコレクションは不可能である^{*38)}。この点を取り上げて、量子情報処理は実現不可能であるといわれていた時代すらあった。これに対し、量子情報処理においてもエラーコレクションは可能であることが示された^{*39)}。ここでは、その代表例である、ショアにより提案されたコードにつ

*38) 問題設定が量子テレポーテーションの場合と同じであることがわかる。したがって、量子エラーコレクションにおいてもエンタングルメントとベル測定が中心的な役割を担うことになる。

*39) 例えば、P.W. Shore, *Phys. Rev. A* **52**, 2493 (1995)。

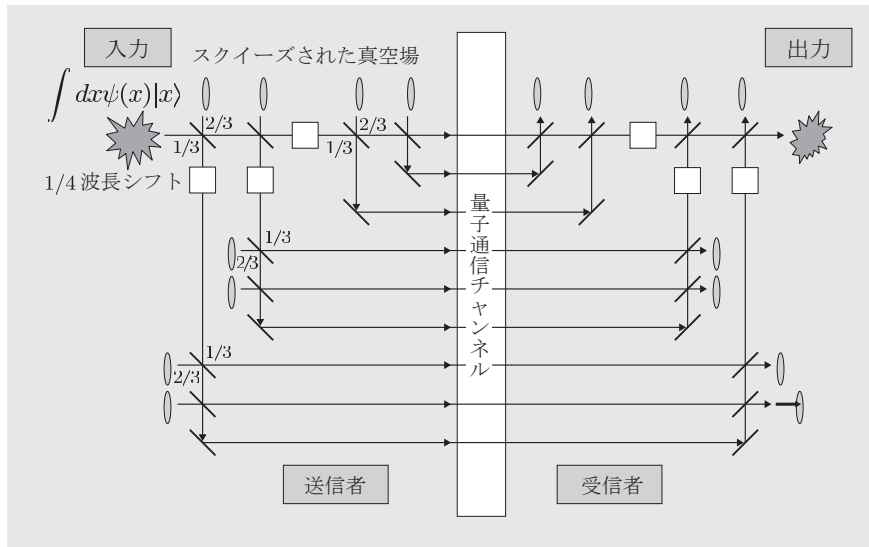


図 2.29 量子光学的に 9 モードコードを実現した場合のイメージ図

制御ノットゲートをビームスプリッターに、アダマールゲートを位相シフトに、 $|x = 0\rangle$ をスクイーズされた真空場に行っている。この中に 3 者間エンタングルメント生成の部分 (図 1.34) が含まれていることに注意してほしい。本文中で説明したように、エラーコレクションのキーパーツは連続量版 GHZ 状態生成部分なのである。

ションが x 方向と p 方向への変位操作のみにより可能となることも量子ビットの場合と同じである。

量子光学的に 9 モードコードを実現した場合のイメージを図 2.29 に示す。実際、この実験は 2009 年に青木らにより実現された^{*51)}。

2.5 量子テレポーテーションを利用した量子情報処理の展望

2.5.1 量子テレポーテーションを用いたユニバーサル量子情報処理

ここまで、量子テレポーテーションは量子状態をそっくりそのまま別の場所へ移動する一種の通信手段として説明してきた。一方で近年、量子テレポーテーションは単に量子状態を移動するだけでなく、量子状態に操作 (ユニタリー変換) を行うツールとして利用できることがわかってきており、量子情報処理を実現する上で重要な構成要素とみなされている。ここでは、連続量の量子テレポーテーションを利用してユニバーサルな量子情報処理を行うための方法論について紹介する。ただし、数式による理解は本書では扱わず、概念的な説明にとどめることにする。

*51) T. Aoki *et al.*, *Nature Physics* **5**, 541 (2009).

章末問題解答

1 量子光学

$$\begin{aligned}
 1.1 \quad \langle x|\hat{p}|\psi\rangle &= \langle x|\hat{p}\left(\int dx'|x'\rangle\langle x'|\right)|\psi\rangle \\
 &= \int dx'\langle x|\hat{p}|x'\rangle\langle x'|\psi\rangle
 \end{aligned} \tag{i}$$

ここで, $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ および式 (1.8), (1.10) から,

$$\begin{aligned}
 \langle x|\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x}|x'\rangle &= \langle x|i\hbar|x'\rangle = i\hbar\delta(x-x') \\
 \langle x|\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x}|x'\rangle &= (x-x')\langle x|\hat{p}|x'\rangle
 \end{aligned}$$

となるから,

$$\langle x|\hat{p}|x'\rangle = \frac{i\hbar\delta(x-x')}{x-x'}$$

となる. したがって, これを用いて式 (i) をさらに変形すると,

$$\begin{aligned}
 \langle x|\hat{p}|\psi\rangle &= \int dx' \frac{i\hbar\delta(x-x')}{x-x'} \langle x'|\psi\rangle \\
 &= i\hbar \left\{ \psi(x) \int dx' \frac{\delta(x-x')}{x-x'} - \frac{d\psi}{dx} \int dx' \delta(x-x') \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \frac{d^2\psi}{dx^2} \int dx' \delta(x-x')(x-x') - \dots \right\} \\
 &= -i\hbar \frac{d\psi}{dx}
 \end{aligned}$$

となる. ここで, $\langle x'|\psi\rangle = \psi(x')$ およびテイラー展開

$$\psi(x') = \psi(x) - \frac{d\psi}{dx}(x-x') + \frac{1}{2} \frac{d^2\psi}{dx^2}(x-x')^2 - \dots$$

を用いた.

1.2 4 ページの例題 1.1 と同様.

1.3 式 (1.37) を, 式 (1.28), (1.36) と公式

$$\int d\xi H_n(\xi) e^{-(\xi-\xi_0)^2} = \sqrt{\pi}(2\xi_0)^n$$

を用いて変形する.

$$\begin{aligned}
 w_n &= \int dx \varphi_n(x) \varphi_{\text{coh}}(x) \\
 &= \int dx \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} \sqrt{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} H_n\left(\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x\right) e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2} \\
 &\quad \times \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} (x - \sqrt{\frac{2\hbar}{m\omega}} \alpha)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{m\omega}{2^n n! \pi \hbar}} e^{-\frac{\alpha^2}{2}}
 \end{aligned}$$

索引

欧字

- 1 ビット 75
- 1 ビットフリップエラー 117
- 1 モードエラー 121
- 2 次の非線形光学定数 33
- 2 モードスキューニング演算子 63
- 2 モードスキューズされた真空場 63
- 3 者間エンタングルメント 69
- 3 者間の量子エンタングルメント 69
- 3 者間量子エンタングルメント 106
- Baker-Campbell-Hausdorff の公式 30
- BCS 理論 33
- Bogoliubov 変換 33
- EPR 状態 56
- EPR 状態のウィグナー関数 56
- EPR ノイズ 104, 108
- EPR のパラドックス 55
- EPR ビーム 102
- EPR ペア 94
- GHZ 状態 69, 106
- GHZ ノイズ 108
- GHZ ビーム 108
- k 空間 13
- KNbO_3 38
- \hat{X} 90
- \hat{Z} 90
- ア
アインシュタイン・ポドルスキー・ローゼン (EPR)
のパラドックス 55
- アダマールゲート 85
- アダマール変換 85
- アンチスキューズ 48
- 位相拡散 30

- 位相敏感な測定 41
- 位相フリップ 117, 122
- 一般化運動量演算子 12
- 一般化座標演算子 12
- 一般化された情報伝達のゲイン 104
- ウィグナー関数 48
- ウィグナー関数の重なり 49
- 運動量の分布 9
- 運動量分布 10
- エネルギー固有関数 5
- エネルギー固有状態 4
- エネルギー固有値 4, 5
- エネルギー保存の要請 23
- エラーコレクション 116
- エルミート演算子 13
- エンコード量子回路 117
- オシロスコープ 44
- オブザーバブル 13
- オンディマンドな単一光子生成装置 58

カ

- 回折限界 30
- ガウス分布 9
- 確率波 61
- 重ね合わせ 6
- 重ね合わせの状態 7
- 肩の (0) 67
- カリフォルニア工科大学 101
- 観測の期待値 2
- 共振器 34
- 空間周波数空間 13
- 空間フーリエ変換 12
- 偶数個の光子流 35
- クーパー対 33
- グリーンバーガー・ホーン・ザイリンガー (GHZ)
状態 69

計算基底 88
 計算のステップ数 77
 顕微鏡の分解能 30
 広義の EPR 状態 100
 光子数演算子 22, 27
 光子数基底 63
 光子数状態 30
 恒等変換 3
 黒体輻射の状態 39
 古典限界 105
 古典限界のフィデリティ 105
 古典的相関 78
 コヒーレンス 39
 コヒーレント状態 12, 25, 26
 混合状態 52

サ

最小不確定状態 11, 36
 ザイリンガー 92
 時間発展 21
 時間発展演算子 1
 自然放出 31
 磁束密度演算子 14, 16, 20
 縮退パラメトリック過程 33, 92
 シュレディンガーの猫状態 33, 52
 シュレディンガー描像 1
 準確率密度関数 48
 純粋状態 53
 ショアにより提案されたコード 116
 状態ベクトル 1
 情報伝達ゲイン 108
 消滅演算子 3
 真空場 35
 真空場が侵入 47
 真空場ゆらぎ 47
 真空場侵入 48
 シングルモード 19
 シングルモード電場演算子 20
 振幅の期待値 43
 垂直偏光のモード 92
 水平偏光のモード 92

数演算子 3
 スクイーミングパラメーター 36, 62
 スクイーズ 10
 スクイーズ演算子 63
 スクイーズされた真空場 11, 35, 71
 スクイーズド状態 25, 33
 スペクトラムアナライザー 41
 制御者 106
 制御ノットゲート 83
 制御ノットの逆演算 100
 正準共役演算子 12
 正準交換関係 12
 正準変数 13
 正準量子化 3, 13
 生成演算子 3
 セパラブル 55
 存在確率 6, 9

タ

単一光子状態 57
 単一光子発生器 58
 単位偏光ベクトル 14
 調和振動子 2
 直交位相成分振幅 19
 デコード量子回路 117
 デルタ関数の定義 5
 電場演算子 14
 透過率 23
 同時固有状態 56
 独立試行 45
 トリプルビットコード 116
 トリプルモードコード 121

ナ

ハーフビームスプリッター 24
 ハイゼンベルクの不確定性 10
 ハイゼンベルク描像 1
 ハイゼンベルク描像での磁束密度演算子 18
 ハイゼンベルク描像の電場演算子 18
 排他的論理和演算 117

パウリ行列	117	ユニタリー行列	23
波動像	60	ゆらぎ	10
ハミルトニアン	1	横波	13
バランス型ホモダイン測定	39	リソグラフィーの解像度	30
反射率	23	粒子像	60
半波長板	93	量子エラーコレクション	116
ビームスプリッター	22	量子エンタングルした状態	55
ビームスプリッターのハミルトニアン	24	量子エンタングルメント	55
ビームスプリッターのユニタリー変換	25	量子回路	87
光カー効果のハミルトニアン	84	量子干渉	61
光通信	32	量子光学の因習 1	20
光パラメトリック発振器	37	量子光学の因習 2	48
ビットフリップ	117	量子コヒーレンス	53
フィデリティ	105	量子コンピュータ	76
フーリエ変換	48, 121	量子情報処理	76
フェルミ粒子	33	量子通信	32
フォトンカウンター	39	量子テレポーテーション	86
フォトンカウンティング	39	量子テレポーテーションネットワーク	105
不確定性原理の壁	104	量子トモグラフィー	46
複素振幅演算子	21	量子版トリプルビットコード	117
部分系	55, 56	量子ビット	76, 80
ベクトルポテンシャル	13	量子ビットのエラーコレクション	117
ベネット	87	量子ビットのテレポーテーション	86
ベル基底	88	量子ビットのテレポーテーションの量子回路	87
ベル測定	87	量子非破壊測定	25
変位演算子	30	量子論理ゲート	83
変位操作	32	零点振動	7, 9
偏光	13	レーザー光	30
偏光ビームスプリッター	92	レーザー発振	30
偏光非縮退パラメトリック過程	92	連続量	80
ポアソン分布	12, 28	連続量エラーコレクション	120
ボーズ粒子	33	連続量でのアダマールゲート	99
ボゴリューボフ変換	33	連続量での制御ノットゲート	99
密度演算子	37, 53	連続量テレポーテーション	99
密度演算子の非対角成分	39, 53	連続量テレポーテーションの量子回路	99
無限次元	80	連続量におけるビットフリップ	121
モード	121	連続量版ショアの 9 モードコード	122
モード $k\sigma$ の複素振幅	18	連続量版のベル測定	101
誘導吸収	30	連続量版 GHZ 状態	121
誘導放出	30, 31	ローカルオシレーター光	40
		論理ゲートの数	77

あとがき

15年前にはなかった、量子テレポーテーションをベースにした「時間領域多重量子情報処理」は、量子情報処理の既成概念を根底から覆すようなパラダイムシフトであったように思う。しかし、これに行き着く基本的な考え方は15年前と差はなく、それを感じてもらえれば、今回の改訂は大成功だったと思う。「新版まえがき」にも書いたが、この分野の進歩のスピードは非常に速く、次々に新たな手法が生まれている。しかし、基本的な考え方、つまり、量子情報処理が「シュレディンガーの波動方程式にしたがって時間発展する」＝「量子力学そのもの」ということは、どのように手法が変わっても、未来永劫変わらないものであるということを肝に銘じて欲しい。

著者略歴

古澤 明

ふる さわ あきら

- 1984年 東京大学工学部物理工学科卒業
1986年 東京大学大学院工学系研究科修士課程修了
日本光学工業(株)(現ニコン)入社
1988年 東京大学先端科学技術研究センター研究員
1996年 カリフォルニア工科大学客員研究員
2000年 東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻助教授
2007年 同教授
博士(工学)

専門・研究分野 量子光学・量子情報

主要著書

- 『現代物理最前線 5』(共著)(共立出版, 2001)
『21世紀, 物理はどう変わるか』(共著)(裳華房, 2002)

武田 俊太郎

たけ だ しゅん たろう

- 2014年 東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻博士課程
修了. 博士(工学)
2019年 東京大学大学院工学系研究科物理工学専攻准教授
専門・研究分野 量子光学・量子情報

主要著書

- 『量子コンピュータが本当にわかる! - 第一線開発者が
やさしく明かすしくみと可能性』(技術評論社, 2020)

SGC ライブラリ-157

新版 量子光学と量子情報科学 (電子版)

2024年2月25日◎ 初版発行
この電子書籍は2020年3月25日初版発行の同タイトルを底
本としています。

著者 古澤 明 発行者 森 平 敏 孝
武田 俊太郎

発行所 株式会社 サ イ エ ン ス 社
〒151-0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷1丁目3番25号
営業 ☎ (03) 5474-8500 (代) 振替 00170-7-2387
編集 ☎ (03) 5474-8600 (代)
FAX ☎ (03) 5474-8900

組版 小宮山印刷工業(株)

《検印省略》

本書の内容を無断で複写複製することは、著者および
出版者の権利を侵害することがありますので、その場合
にはあらかじめ小社あて許諾をお求め下さい。

ISBN978-4-7819-9003-3

サイエンス社のホームページのご案内
<https://www.saiensu.co.jp>
ご意見・ご要望は
sk@saiensu.co.jp まで。