

SGC ライブラリ- 138

基礎物理から理解する
ゲージ理論

“素粒子の標準数式”を読み解く

川村 嘉春 著

サイエンス社

まえがき

一部で「神の粒子」とよばれるヒッグス粒子の発見に伴い、素粒子の標準模型が電弱スケールの物理としてさらに強固な位置を得ている。この模型の理論的枠組はゲージ理論（ゲージ場の量子論）とよばれる場の量子論である。よって、ゲージ理論を理解することは、実験や観測を通して検証・確認された素粒子物理学の最前線（に位置する標準模型）に到達する最短コースとなる。さらに、ゲージ理論を理解する最短コースや入門書があれば、それに沿って学んでみたいと思うだろう。このような願いを実現すべく、本書を作成した。

本書を執筆するに当たって、3つのキーワード（あるいはコンセプト）「標準」、「基礎」、「解説」を念頭に置いた。「標準」に関しては、目標として素粒子の標準模型を理解することと内容に関して標準的であることを目指した。その際に、確立していることを中心に据えてなるべく標準的な表記法を使用した。「基礎」に関しては、基礎物理、すなわち、物理学科の学生が学部で3年次までに学ぶ基礎的な物理学である力学（解析力学を含む）、電磁気学、相対性理論、量子力学の知識と物理数学の手法を動員して、ゲージ理論を理解し、素粒子の標準模型の全体像を概観するという方式を選んだ。「解説」に関しては、素粒子の標準模型の根幹をなす数式（素粒子の標準数式と命名した）を暗号になぞらえて、その解説に挑むというスタイルを採った。ただし、目標、方式、スタイルを限定・確定した分、ゲージ理論にまつわる他の話題（ゲージ場の量子化や摂動計算、標準模型を超える理論的試み、磁気単極子やインスタントンやゲージ異常項などの位相幾何学と関係する物理、ゲージ理論による重力の定式化、…）を割愛することとなった。興味のある方は適切な参考文献に当たってほしい。

本書の主な対象として、当初は基礎物理を一通り学び終えた方を想定していたが、物理数学の内容を充実させることにより、基礎物理を学んでいる真っ最中の方がかりでなく、今から学ぼうとしている方でも読めるように配慮した。よって、大学の新生でも飛ばし飛ばしになるかもしれないが、ある程度のところまで読めるように工夫したので挑戦してほしい。最初は細かい証明は飛ばしても構わないと思う。基礎物理や物理数学の学習が進んだ段階で立ち返ればよいと思う。学習のポイントは(1) 標準的な内容に慣れ親しむこと、(2) 基礎をしっかり身に付けること、(3) 暗号解説のように地道に取り組むこと、だと思う。第5章まではゲージ理論に至る関連する物理分野の紹介、いわば、基礎編なので、全く歯が立たないというような難所はないと思う。第6章から第8章までは応用編なので、その理解にはある程度の素粒子に関する基礎知識が必要となるであろう。適切な入門書（例えば、南部陽一郎著の「クォーク 素粒子物理はどこまで進んできたか、第2版」（講談社、1998年））を読んで知識を蓄えてから学習するとよいと思う。わからないことが雪だるま式に増えるのを恐れずに、頂上を目指しているうちに霧が晴れるように疑問点が解消されるときが来ることを信じて読み進めてほしい。

自主学習や自主ゼミにおいて、適切な参考書が心強い味方になることがある。体験談として、「一般相対性理論」を数式レベルで早く理解したくて、内山龍雄著の「相対性理論」(岩波書店, 1977年)の読破を目標にしたことがある。それを遂行するために、「微分幾何学」, 「線形代数学」, 「解析力学」, 「電磁気学」に関する自分に合いそうな書籍を大学図書館や生協で探しあて参考にしたことがある。そのような経験は「量子力学」, 「場の量子論」, 「素粒子物理学」を学習する上でも活かされたと思っている。

付録 A に記載した物理数学に関する言い訳をここで述べておく。定義や証明において厳密さに欠ける点があるかもしれないが、また、証明を省略している箇所もあるが、物理法則の理解を促進するのが主目的なので、大目に見てほしい。第 2 章から第 8 章までを読む際に、必要に応じて付録 A を参照することをお勧めする。

ずいぶん前に私の勤める大学で、従来とは切り口の異なる授業を提案したことがある。具体的には、現在、私が所属する学部では、基礎物理科目として力学 I, II, III, 電磁気学 I, II, III, 量子力学 I, II, III, 相対性理論 I, II, 熱力学, 統計力学 I, II, 物理数学 I, II, III に関する各 15 回の講義が行われているが、そのダイジェスト版(上記のもののエッセンスだけを紹介する 15 回の授業)を新入生に対して行うというものである。各回、その学問分野の「対象」, 「舞台」, 「法則」の紹介およびある程度の物理数学の紹介が主な内容となる。もしこのような授業形態が功を奏せば、新入生の学習意欲の向上が図れる、短期間(半年から 1 年ほど)で専門的な物理分野の内容(素粒子物理学ならば標準模型の枠組)にたどり着ける、物理数学の有用性・重要性が認識できる(新入生は「力学」を学ぶので「微積分」の有用性はすぐに理解できるが、「線形代数」の重要性は「量子力学」を学ぶまでわからない場合がある)、などの利点が生まれるのではないかと勝手に想像している。ともあれ、このような発想を本書の作成に活かしたつもりである。

学部の改組に伴い、興味や習熟度に応じたプログラムが現在行われている。実際に、意欲のある 2 名の学生(茶木敬典君, 古谷優樹君: 学部の 3 年生)が「アドバンスゼミ」と称する授業のもとで集ってくれた。さらに、谷口建人君(1 年間の留学を終えてインドから帰国したばかりの学部生)も途中から加わってくれた。「渡りに船」のような形で、本書の原稿をもとにして読み合わせを行った。その際に読者の視点から様々な有益な指摘をもらった。この場をお借りして、彼らに感謝の意を表したい。それから、執筆活動を温かく見守ってくれた家族に感謝しています。最後に本書の刊行に向けて、筆者を励まし様々なアドバイス、原稿に関する気になる箇所の指摘をくださったサイエンス社の高橋良太氏、平勢耕介氏をはじめ出版社の皆様方に心より感謝申し上げます。

2017 年 9 月

川村 嘉春

目次

第 1 章	素粒子の標準数式	1
1.1	素粒子の標準数式とは	1
1.2	解説の手順	2
1.2.1	\mathcal{L} とは	2
1.2.2	ψ とは	2
1.2.3	B_μ とは	3
1.2.4	ϕ とは	4
1.2.5	G_μ とは	4
1.3	本書の目的をもう一度	4
第 2 章	古典物理学	7
2.1	ニュートン力学	7
2.1.1	対象, 舞台, 法則	7
2.1.2	ニュートンの運動方程式	8
2.1.3	運動量, 角運動量, エネルギー	9
2.1.4	力の法則の例	11
2.2	解析力学	13
2.2.1	ラグランジュ形式	13
2.2.2	ハミルトン形式	14
2.2.3	変分原理	15
2.2.4	方程式の共変性	17
2.2.5	対称性と保存則	18
2.2.6	解析力学の利点	22
2.3	場の解析力学	23
2.3.1	場とは	23
2.3.2	場の方程式	23
2.3.3	ネーターの定理と保存量	26
2.4	特殊相対性理論	28
2.4.1	事の発端	28
2.4.2	舞台, 原理, 物理量	28
2.4.3	相対論的力学	32
2.4.4	ラグランジアン密度に関する要請	35

2.5	振り返りと見直し	35
第3章	量子物理学	38
3.1	量子力学	38
3.1.1	事の発端	38
3.1.2	対象, 舞台, 要素	40
3.1.3	ハイゼンベルク表示	43
3.1.4	調和振動子	44
3.1.5	経路積分	47
3.1.6	量子力学の課題	49
3.2	相対論的量子力学	49
3.2.1	要請	49
3.2.2	ディラック方程式	50
3.2.3	相対論的共変性	52
3.3	場の量子論	55
3.3.1	非相対論的場の量子論	55
3.3.2	相対論的場の量子論	61
3.4	振り返りと見直し	63
第4章	電磁相互作用の理論	65
4.1	電磁気学	65
4.1.1	対象, 舞台, 法則	65
4.1.2	マクスウェル方程式の解説	67
4.1.3	マクスウェル方程式の書き換え	74
4.1.4	マクスウェル方程式に関する作用積分	76
4.1.5	ゲージ対称性	77
4.2	量子電磁力学	79
4.2.1	作用積分	79
4.2.2	対称性	81
4.2.3	電磁場の量子化	86
4.2.4	自然単位系	89
4.3	振り返りと見直し	90
第5章	ゲージ理論	92
5.1	ゲージ原理	92
5.2	量子電磁力学の導出	93
5.3	ヤン・ミルズ理論	95
5.4	ゲージ場の一般論	99

5.5	振り返りと見直し	101
第 6 章	弱い相互作用の理論	102
6.1	物質粒子のプロフィール	102
6.2	弱い相互作用	107
6.2.1	パリティの非保存	107
6.2.2	弱い相互作用の有効理論	110
6.3	弱い相互作用を記述するゲージ群	112
6.4	ヒ格斯機構	115
6.4.1	ゴールドストーン模型	115
6.4.2	ヒ格斯模型	118
6.5	電弱理論	118
6.5.1	ヒ格斯 2 重項の導入	118
6.5.2	湯川相互作用項	122
6.5.3	電弱理論の検証	123
6.6	振り返りと見直し	124
第 7 章	強い相互作用の理論	126
7.1	強い相互作用	126
7.2	量子色力学	128
7.3	漸近的自由性	130
7.4	クォークの閉じ込め	133
7.4.1	類推による予想	134
7.4.2	閉じ込めに関する判定基準	135
7.5	カイラル対称性の破れ	138
7.6	振り返りと見直し	142
第 8 章	素粒子の標準模型	143
8.1	標準模型	143
8.2	小林・益川模型	148
8.2.1	クォーク混合	148
8.2.2	K 中間子に関する CP 不変性の破れ	149
8.2.3	標準模型における CP 不変性の破れ	151
8.3	ニュートリノの物理	153
8.3.1	ニュートリノ質量	153
8.3.2	ニュートリノ振動	155
8.4	標準模型の謎	157
8.5	展望	158

8.5.1	力の大統一	158
8.5.2	超対称性	159
8.5.3	超弦理論	159
8.5.4	宇宙の標準模型	160
付録 A	本書の理解を助ける物理数学	161
A.1	ベクトル	161
A.2	微積分	165
A.2.1	微分	165
A.2.2	積分	167
A.2.3	偏微分	168
A.3	関数	169
A.3.1	指数関数, 対数関数, 三角関数	169
A.3.2	ディラックの δ 関数	171
A.3.3	汎関数	172
A.4	テンソル	174
A.4.1	ユークリッド空間上のテンソル	174
A.4.2	ミンコフスキー時空上のテンソル	176
A.5	線形代数	179
A.5.1	線形性	179
A.5.2	行列	179
A.5.3	固有値問題	183
A.5.4	無限次元空間	185
A.6	ベクトル解析	188
A.6.1	勾配, 発散, 回転	189
A.6.2	積分に関する定理	192
A.7	群論	192
A.7.1	群とは	192
A.7.2	リー群	192
A.7.3	スピノル	198
A.8	ファイバー束の幾何学	202
付録 B	ギリシア文字と専門用語	207
	参考文献	208
	索引	210

第 1 章

素粒子の標準数式

素粒子の標準数式を理解するために、どのような段取りでどれくらいのことを学べばよいのかについて明確にしよう。

1.1 素粒子の標準数式とは

本書で“素粒子の標準数式”とよぶものは、

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \bar{\psi}i\partial\psi \\ & -g_1\bar{\psi}B\psi - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \\ & -g_2\bar{\psi}W\psi - \frac{1}{4}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu} \\ & -g_3\bar{\psi}G\psi - \frac{1}{4}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} \\ & +\bar{\psi}_iy_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\ & +|D_\mu\phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}\tag{1.1}$$

である。

この数式を解説しながら、この式が意味する素粒子に関する物理法則およびそれを記述するゲージ理論（ゲージ場の量子論）を基礎物理を出発点として理解することが本書の主な目的である。高校生や大学の新生の方には、この数式はラテン文字とギリシア文字が混在し、さらにおまじないのような横線や斜線が含まれていて全く意味不明な落書きのようにみえるだろう。素粒子の標準模型を知らない読者が本書を読んだのちに、この数式を見かえしたとき意味のあるものとして目に映ったならばこの上なくうれしく思う。

素粒子の標準数式が一部で「神の数式」*1) とよばれる^{ゆえん}所以は、この数式が標準模型（The Standard Model）とよばれる、我々の世界を構成する素粒子の

*1) 標準模型における基本数式はNHKの番組で「神の数式」とよばれていた。

第 2 章

古典物理学

「 \mathcal{L} (ラグランジアン密度) が何を表しているのか？」を理解するために、ニュートン力学、解析力学、場の解析力学 (場の古典論)、相対論的力学について紹介する。 \mathcal{L} の役割と有用性に注目しながら読み進めてほしい。

2.1 ニュートン力学

力学とは、物体にはたらく力のつり合いや物体にはたらく力と物体の運動の関係を論じる学問である。

2.1.1 対象、舞台、法則

ニュートン力学の対象、舞台、法則について説明する。

ニュートン力学の主な対象は目でみえる身のまわりのもの (リング, おもり, 地球など) である。普遍的な性質を抽出するために、多くの場合、次のような理想化や単純化された物体を扱う。

質点とよばれる質量はあるが、大きさが無視できるもの。
剛体とよばれる質量と大きさをもつが、変形しないもの。

質量については 2.1.2 項で説明される。さらに、変形を加味して弾性体や流体とよばれる物体が扱われる。本書では主に質点を扱う。

舞台とは時間 (time) と空間 (space) のことである。ニュートン力学の舞台は次のような性質をもつ。

絶対時間とよばれる空間とは独立に一様に流れる時間。
ユークリッド空間とよばれる平坦で一様・等方な空間。

ユークリッド空間において直交座標系を導入すると、原点 O は $(0, 0, 0)$, 点 P は位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ で指定される (図 2.1 参照)。 OP 間の距離は

第 3 章

量子物理学

「 ψ (場の演算子) が何を表しているのか？」を理解するために、量子力学、相対論的量子力学、場の量子論について紹介する。 ψ の役割と意味するものに注目しながら読み進めてほしい。

3.1 量子力学

微視的なレベルで、古典力学や電磁気学を含む古典物理学 (古典論) は修正を受けて、量子力学、相対論的量子力学、量子電磁力学を含む量子物理学 (量子論) に取って代わる。ここで、量子力学 (quantum mechanics) とはニュートン力学の量子論ともいうべきものである。

3.1.1 事の発端

古典論から量子論への移行も光に関する物理現象に端を発する。それは黒体放射に関する次の問題に集約される。

黒体放射の問題：空洞内に存在する電磁波のエネルギー密度を求めよ。

この問題に対して、プランクの公式が実験結果をよく再現する。プランクの公式とは、温度 T の熱平衡状態にある空洞内における、振動数が ν と $\nu + d\nu$ の間にある電磁波のエネルギー密度 $u(\nu, T)d\nu$ に関する公式で

$$u(\nu, T)d\nu = f_\nu \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (3.1)$$

と表される。ここで、 f_ν は振動数が ν と $\nu + d\nu$ の間にある電磁波の単位体積当たりの固有振動の数で $f_\nu = \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3}$ である。また、 h ($\doteq 6.63 \times 10^{-34}$ J·s) はプランク定数、 k ($\doteq 1.38 \times 10^{-23}$ J·K $^{-1}$) はボルツマン定数である。プランクの公式の背後にあるのはエネルギー量子仮説で次のように表される。

第 4 章

電磁相互作用の理論

「 B_μ (ゲージ場) が何を表しているのか？」の手がかりを得るために、電磁気学とその量子論である量子電磁力学について紹介する。前半で素粒子の標準数式の解説の予行練習としてマクスウェル方程式の解説に挑む。後半で量子電磁力学の基本数式の暗号化を行う。

4.1 電磁気学

電磁気学はマクスウェル方程式 (Maxwell's equations) とよばれる方程式を基礎方程式・基本法則とする理論である。マクスウェル方程式は 4 組の方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j}, \quad (4.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

からなる。まずは、これらの数式の解説、すなわち、電荷を帯びた物体にはたらく電磁気力に関する法則の解明から始めよう。

4.1.1 対象、舞台、法則

解説の糸口として、電磁気学の対象、舞台、法則について述べる。

電磁気学の対象は荷電粒子を含む帯電した物体で、電磁相互作用を担う実体は電場および磁場 (まとめて電磁場とよばれる) である。多くの場合、荷電粒子は古典論では点電荷 (point charge) とよばれる一定の電荷をもち大きさが無視できる点として扱われる。参考までに、量子論では荷電粒子および電磁場は場の演算子で表される (4.2 節参照)。

電磁波の正体は (のちほど明らかになるが) 光である。真空中においてあら

第 5 章

ゲージ理論

ゲージ場 (B_μ など) の役割を理解するために量子電磁力学を鑑にして、それを拡張した理論を構築する。ゲージ原理の威力を実感しながら読み進めてほしい。

5.1 ゲージ原理

量子電磁力学 (QED) の成功の陰の立役者はゲージ対称性である。一般に対称性が高いほど、量子補正に伴う発散が抑えられる傾向がある。それは対称性が相互作用の形を限定し、異なる量子補正からの寄与の間で対称性を反映した相殺が起こることによる。我々の世界には、電磁気力以外に強い力 (強い相互作用) とよばれる原子核を構成する力 (あるいは、より微視的なレベルで原子核の構成要素である核子を構成する力) や弱い力 (弱い相互作用) とよばれる原子核を崩壊させる力が存在する。これらの力の構造の解明に際し、QED をお手本にするのが賢明である。

QED のラグランジアン密度

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QED}} = & \bar{\psi}(x) \{i\gamma^\mu (\partial_\mu + ieQA_\mu(x)) - m\} \psi(x) \\ & - \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x))(\partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x)) \end{aligned} \quad (5.1)$$

に注目しよう。まずは、 \mathcal{L}_{QED} が局所的 $U(1)$ 変換

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iQ\theta(x)}\psi(x), \quad A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \quad (5.2)$$

のもとで不変であることを思い出そう。ここで、 $\theta(x)$ は任意の積分可能な実関数である。これらの変換は $U(1)$ ゲージ変換とよばれる。

実際に、不変性は以下のように確かめられる。 $\bar{\psi}(x) (= \psi^\dagger(x)\gamma_0)$ および $D_\mu\psi(x) \equiv (\partial_\mu + ieQA_\mu(x))\psi(x)$ は、 $U(1)$ ゲージ変換のもとで、

第 6 章

弱い相互作用の理論

物質粒子にはたらく相互作用に着目して、物質粒子の特質を探る。弱い相互作用を記述するゲージ理論の構成とヒグス粒子に関する問いかけ「 ϕ (ヒグス場) とは何か?」, 「なぜ、扱うのか?」に答えることを目標とする。

6.1 物質粒子のプロフィール

(1.1) の 5 行目をみると、物質粒子を表す ψ の右下に j という文字が添えられている。これは物質粒子を区別するための添字と考えられる。すなわち、物質粒子は複数存在し、1 行目から 4 行目まではそのことが省略されていて、 $\bar{\psi}_i \not{\partial} \psi_j$ は $\sum_j \bar{\psi}_j i \not{\partial} \psi_j$, $g_1 \bar{\psi} \not{B} \psi$ は $\sum_j g_1 \bar{\psi}_j \not{B} \psi_j$, $g_2 \bar{\psi} \not{W} \psi$ は $\sum_j g_2 \bar{\psi}_j \not{W} \psi_j$, $g_3 \bar{\psi} \not{G} \psi$ は $\sum_j g_3 \bar{\psi}_j \not{G} \psi_j$ を表していると考えられる。よって、(1.1) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_j \bar{\psi}_j i \not{\partial} \psi_j \\ & - \sum_j g_1 \bar{\psi}_j \not{B} \psi_j - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \\ & - \sum_j g_2 \bar{\psi}_j \not{W} \psi_j - \frac{1}{4} W^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \\ & - \sum_j g_3 \bar{\psi}_j \not{G} \psi_j - \frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \\ & + \sum_{i,j} \bar{\psi}_i y_{ij} \psi_j \phi + \text{h.c.} \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi) \end{aligned} \tag{6.1}$$

と表される。

以下で次のような課題に取り組もう。

- ψ_j を具体的に洗い出す。
- ψ_j のゲージ量子数を特定する。

第 7 章

強い相互作用の理論

強い相互作用に関するゲージ群を特定し、ゲージ理論を構築し、その特徴を考察する。素粒子の標準数式における最後のピース（4 行目）の解説を目指し、グルーオンとよばれるゲージ場の役割に注目しながら読み進めてほしい。

7.1 強い相互作用

素粒子の標準数式 \mathcal{L} の 4 行目は

$$-g_3 \bar{\psi} \not{G} \psi - \frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}, \quad (7.1)$$

すなわち、

$$- \sum_j g_3 \bar{\psi}_j \not{G} \psi_j - \frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \quad (7.2)$$

である。 G_μ がクォークにはたらく強い相互作用を媒介するゲージ粒子であると予想される。ここで、強い相互作用とはクォークを束縛してハドロン（バリオンとメソンの総称）を構成するはたらきをもつ相互作用である。

以下で次のような課題に取り組もう。

- 強い相互作用の特徴を把握する。
- 強い相互作用のゲージ群を特定する。

まずはスピン 3/2 のバリオンに注目する。表 7.1 のようなスピン 3/2 をもつ 10 種類のバリオンの存在が知られている。ここでも自然単位系に基づき、質量は MeV/c^2 の代わりに MeV と記載した。6.1 節で登場した物理量 Q , I_3 , B , S の間に $Q = I_3 + \frac{B+S}{2}$ が成立することがわかる。

さらに、表 7.1, 表 6.3, (6.9) を用いて、スピン 3/2 のバリオンは

$$\Delta^{++} = uuu, \quad \Delta^+ = uud, \quad \Delta^0 = udd, \quad \Delta^- = ddd,$$

$$\Sigma^{*+} = uus, \quad \Sigma^{*0} = uds, \quad \Sigma^{*-} = dds,$$

第 8 章

素粒子の標準模型

素粒子の標準模型を概観したのち、小林・益川模型およびニュートリノに関する物理について考察する。さらに、標準模型に関する様々な謎を紹介する。

8.1 標準模型

電弱理論と量子色力学を組み合わせるにより、弱い相互作用と強い相互作用をゲージ相互作用として含むラグランジアン密度

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{M}} + \mathcal{L}_{\text{G}} + \mathcal{L}_{\text{Y}} + \mathcal{L}_{\text{H}} + \mathcal{L}_{\theta}, \quad (8.1)$$

$$\mathcal{L}_{\text{M}} = \sum_j \bar{\psi}_j i\gamma^\mu D_\mu \psi_j, \quad (8.2)$$

$$\mathcal{L}_{\text{G}} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Y}} = \sum_{A,B=1}^{n_g} & \left(y_{AB}^{(e)} \bar{l}_{LA} \Phi e_{RB} + y_{AB}^{(\nu)} \bar{l}_{LA} \tilde{\Phi} \nu_{RB} \right. \\ & \left. + y_{AB}^{(d)} \bar{q}_{LA} \Phi d_{RB} + y_{AB}^{(u)} \bar{q}_{LA} \tilde{\Phi} u_{RB} + \text{h.c.} \right), \end{aligned} \quad (8.4)$$

$$\mathcal{L}_{\text{H}} = (D_\mu \Phi(x))^\dagger D^\mu \Phi(x) + \mu^2 |\Phi(x)|^2 - \lambda |\Phi(x)|^4, \quad (8.5)$$

$$\mathcal{L}_{\theta} = \frac{\theta}{32\pi^2} \sum_{a=1}^8 G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} \quad (8.6)$$

が得られる。ここで、共変微分は

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ig_s \sum_{a=1}^8 G_\mu^a(x) T_C^a + ig \sum_{a=1}^3 W_\mu^a(x) T_L^a + ig' B_\mu(x) Y \quad (8.7)$$

で与えられる。ゲージ結合定数および生成子は表 8.1 の表記法に基づく。生成子に関して、 $SU(3)_C$ の $\mathbf{3}$ 表現に対しては $T_C^a = \frac{\lambda^a}{2}$ 、 $SU(2)_L$ の $\mathbf{2}$ 表現に対しては $T_L^a = \frac{\tau^a}{2}$ をあてがう。第 1 世代の物質粒子のゲージ量子数を表 8.2 に

付録 A

本書の理解を助ける物理数学

本書の理解を助けるために最低限必要と思われる物理数学について紹介する。

A.1 ベクトル

ベクトル (vector) とは「大きさ」と「向き」を合わせもつ量で、ボールド体 (太字) を用いて \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{r} のように表記する。図示する際には、「大きさ」を長さで、「向き」を矢印で表す。ちなみに、「向き」をもたない量はスカラー (scalar) とよばれ、細字を用いて A , B , s , r のように表記する。距離はスカラーである。

座標系の導入によるベクトルの数量化はベクトルの成分表示とよばれ、その値は設定する座標系に依存する。直交座標系を採用すると 3 次元ベクトルは

$$\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z) \tag{A.1}$$

のように表示される。ここで、 A_x , A_y , A_z はそれぞれ \mathbf{A} の x 成分, y 成分, z 成分とよばれ、これらの値は \mathbf{A} の始点を原点としたときの x 軸, y 軸, z 軸上への正射影である (図 A.1 参照)。ピタゴラスの定理より、 \mathbf{A} の大きさは

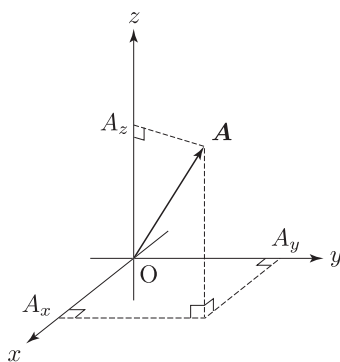


図 A.1 ベクトルの成分表示。

付録 B

ギリシア文字と専門用語

ギリシア文字の読み方と本書でそれが表す主な物理や物理数学に関する専門用語を表 B.1 にまとめた。日本語読みは標準的なものを記載した。

表 B.1 ギリシア文字の読み方と主な専門用語。

大文字	小文字	読み方	専門用語
A	α	alpha：アルファ	微細構造定数
B	β	beta：ベータ	β 崩壊
Γ	γ	gamma：ガンマ	γ 行列, 光子
Δ	δ	delta：デルタ	変分, δ 関数
E	ε	epsilon：イプシロン	無限小量, 誘電率
Z	ζ	zeta：ゼータ	
H	η	eta：イータ	計量テンソル, スピノル
Θ	θ	theta：シータ	角度
I	ι	iota：イオタ	
K	κ	kappa：カッパ	
Λ	λ	lambda：ラムダ	波長, ゲルマン行列
M	μ	mu：ミュー	透磁率, ミューオン
N	ν	nu：ニュー	振動数, ニュートリノ
Ξ	ξ	xi：クシー	スピノル
O	o	omicron：オミクロン	
Π	π	pi：パイ	円周率, π 中間子
P	ρ	rho：ロー	確率密度, 電荷密度
Σ	σ	sigma：シグマ	和の記号, パウリ行列
T	τ	tau：タウ	固有時, パウリ行列
Υ	υ	upsilon：ウプシロン	Υ 中間子
Φ	ϕ φ	phi：ファイ	波動関数, 場の演算子
X	χ	chi：カイ	
Ψ	ψ	psi：プサイ	波動関数, 場の演算子
Ω	ω	omega：オメガ	角速度, 角振動数

参考文献

- [1] 川村清, 力学, 裳華房, 1998. 全学教育の授業 (工学部生対象) で (授業担当の前任者に引き継いで) 教科書として使用している.
- [2] 高橋康, 量子力学を学ぶための解析力学入門, 講談社, 1978. 増補第 2 版が刊行されている.
- [3] 高橋康, 量子場を学ぶための場の解析力学入門, 講談社, 1982. 高橋康・柏太郎著のもとで増補第 2 版が刊行されている.
- [4] 早田次郎, 現代物理のための解析力学, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 46, サイエンス社, 2006 (電子版, 2017).
- [5] 内山龍雄, 相対性理論, 岩波書店, 1977.
- [6] 窪田高弘, 佐々木隆, 相対性理論, 裳華房, 2001.
- [7] ガシオロウィッツ, (林武美, 北門新作 訳), 量子力学 I, II, 丸善出版, 1998. 理学部の授業で (授業担当の前任者に引き継いで) 教科書として使用している.
- [8] 猪木慶治, 川合光, 量子力学 I, II, 講談社, 1994.
- [9] 川村嘉春, 相対論的量子力学, 裳華房, 2012.
- [10] 日置善郎, 場の量子論-摂動計算の基礎-, 吉岡書店, 1999.
- [11] 柏太郎, 演習 場の量子論 基礎から学びたい人のために, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 12, サイエンス社, 2001 (新版 2006, SGC Books P2 巻として単行本化).
- [12] 坂井典佑, 場の量子論, 裳華房, 2002.
- [13] 日置善郎, 相対論的量子場-演算子の基礎的性質-, 吉岡書店, 2008.
- [14] 坂本真人, 場の量子論 不変性と自由場を中心にして, 裳華房, 2014.
- [15] 砂川重信, 理論電磁気学, 第 2 版, 紀伊國屋書店, 1973.
- [16] 内山龍雄, 一般ゲージ場論序説, 岩波書店, 1987.
- [17] 九後汰一郎, ゲージ場の量子論 I, II, 培風館, 1989.
- [18] エイチスン, ヘイ, (藤井昭彦 訳), ゲージ理論入門 I, II, 第 2 版, 講談社, 1992.
- [19] 藤川和男, ゲージ場の理論, 岩波書店, 2001.
- [20] 近藤慶一, ゲージ場の量子論入門 質量ギャップとクォーク閉じ込めの解決に向けて, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 45, サイエンス社, 2006 (電子版, 2013).
- [21] 南部陽一郎, クォーク 素粒子物理学はどこまで進んできたか, 第 2 版, 講談社, 1998. 素粒子物理学に関する入門書として最適である.
- [22] 渡邊靖志, 素粒子物理入門, 培風館, 2002.
- [23] 坂井典佑, 素粒子物理学, 培風館, 1993.
- [24] 原康夫, 稲見武夫, 青木健一郎, 素粒子物理学, 朝倉書店, 2000.
- [25] 川村嘉春, 例題形式で学ぶ現代素粒子物理学, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 48, サイエンス社, 2006 (電子版, 2016).
- [26] 井上研三, 素粒子物理学, 共立出版, 2011.

- [27] 林青司, CP 対称性の破れ 小林・益川模型から深める素粒子物理, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 91, サイエンス社, 2012.
- [28] 林青司, 素粒子の標準模型を超えて, 丸善出版, 2015.
- [29] 太田信義, 坂井典佑, 超対称性理論 現代素粒子論の基礎として, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 51, サイエンス社, 2006 (電子版, 2016).
- [30] 大河内豊, 超対称性の破れ 場の理論から弦理論まで, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 131, サイエンス社, 2017.
- [31] 菅本晶夫, 曹基哲, 対称性の自発的破れ 基礎からランダウ理論, 南部理論, 標準模型, ヒッグス粒子まで, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 121, サイエンス社, 2016.
- [32] 沢田昭二, 物理数学, 丸善出版, 1990.
- [33] 佐藤光, 物理数学ノート 基礎物理をよりよく理解するために, 臨時別冊・数理科学, SGC ライブラリ 20, サイエンス社, 2002 (新版 2006, SGC Books P1 巻として単行本化).
- [34] 安達忠次, ベクトル解析, 培風館, 1961.
- [35] 佐藤光, 群と物理, 丸善出版, 1992.
- [36] 朝永振一郎, スピンはめぐる, 中央公論社, 1974.
- [37] J. D. Bjorken and S. D. Drell, “Relativistic Quantum Mechanics”, McGraw-Hill, 1964.
- [38] J. D. Bjorken and S. D. Drell, “Relativistic Quantum Fields”, McGraw-Hill, 1965.
- [39] K. Huang, “Quarks, Leptons & Gauge Fields”, World Scientific, 1982.
- [40] T.-P. Cheng and L.-F. Li, “Gauge theory of elementary particle physics”, Oxford university press, 1984.
- [41] J. Wess and J. Bagger, “Supersymmetry and Supergravity”, Princeton university press, 1982.
- [42] B. Zwiebach, “A first course in String Theory”, Cambridge university press, 2004.
- [43] E. W. Kolb and M. S. Turner, “The Early Universe”, Addison-Wesley, 1990.

ここに記載した文献は初版が1990年以前のものであれば、筆者が学生時代に自主学習、自主ゼミ、あるいはゼミで使用したもので、現在ではその多くが改訂版として出版されている。各物理分野に関して、優れた入門書や教科書（テキスト）が数多く出版されている（ここで、紹介しなかった著者の方々にはご容赦願いたい）。できれば実際に図書館等で実物を手に取って、各自の好みに合わせて選ぶのがよいと思う。

素粒子の性質および実験データについては、Particle Date Group により定期的に（偶数年に）刊行されるデータブックが有用である。その最新版は

Particle Date Group, “Review of Particle Physics”, Chinese Physics C, Volume 40, Number 10, October 2016

である。本書に記載した素粒子に関するデータの多くはこの文献に記載されたものを用いた。この文献の内容は、<http://pdg.lbl.gov/> で閲覧することもできる。また、素粒子物理学に関する最新の研究論文は、<https://arxiv.org/> に収められていて、無料で掲載やダウンロードができる。

索引

ア

- アーベル群 196
- アイソスピン 95
- アイソスピン対称性 95
- アインシュタインの和の規約 29, 176
- アンペールの法則 71

- 位相空間 15
- 位相変換 81, 93
- 位置ベクトル 166
- 一般運動量 15
- 一般座標 14
- 色 127

- ウィルソンループ 135
- 運動エネルギー 10
- 運動の法則 8
- 運動量 9
- 運動量保存則 21

- エネルギー量子仮説 38
- エルミート演算子 41, 187
- エルミート共役演算子 187
- エルミート共役行列 181
- エルミート行列 182

- オイラーの公式 171
- オイラー・ラグランジュの方程式 14, 24

カ

- 外積 162
- 解析力学 13
- 回転 190
- カイラリティ演算子 109
- カイラル表示 84
- カイラルフェルミオン 85
- カイラル不変性, カイラル対称性 139
- カイラル変換 139
- ガウスの発散定理 69, 192
- ガウスの法則 69
- 香り 106
- 可換群 196

- 角運動量 9
- 角運動量保存則 10, 21
- 核子 95
- 核子場 95
- 確率解釈 42
- 確率の保存則 42
- カシミール演算子 131, 196
- 加速度 166
- 荷電ウィークボソン 121
- 荷電共役 82
- 荷電共役変換 149
- カピボ角 111
- カピボ行列 111
- カレントクォーク質量 141
- カレント代数 139
- 換算プランク定数 40
- 慣性系 8
- 慣性質量 8
- 慣性の法則 8
- 完全性 185, 186
- γ 行列 52

- 幾何学 202
- 基底ベクトル 163
- 擬テンソル 176
- 擬ベクトル 164
- 基本スピノル 200
- 逆行列 182
- QCD スケール 133
- 共変微分 93, 96, 202
- 共変ベクトル 32
- 共変ベクトル場 32
- 行列 180
- 行列式 182
- 極性ベクトル 164
- 曲率 204

- 空間回転 164
- 空間反転 82, 83, 164, 175
- 空孔理論 52
- クーロンゲージ 79
- クーロンの法則 66

クーロン力 66
 クォーク 106
 クォークの閉じ込め 133, 134
 クォーク模型 106
 九後・小嶋の補助条件 136
 グラスマン数 137
 くりこみ群方程式 130
 クリフォード代数 52
 グルーオン 128
 グルーオン場 128
 グルーオン場の強さ 129
 クロネッカーの δ 18, 172
 群 192

 計量テンソル 29, 176
 経路積分 48
 ゲージ共変性 94, 96
 ゲージ結合定数 93
 ゲージ原理 93
 ゲージ固定 78, 137
 ゲージ対称性 78
 ゲージ場の強さ 100
 ゲージ不変性 78, 81, 93
 ゲージ変換 78, 86, 92
 ゲージ量子数 103
 ゲージ理論 93
 ゲルマン行列 128, 198

 交換子 43
 構成子クォーク質量 141
 構造定数 194
 拘束条件 73
 光電効果 39
 勾配 168, 189
 光量子仮説 39
 ゴールドストーン模型 115
 個数演算子 57, 60
 小林・益川行列 149
 小林・益川模型 153
 固有関数 187
 固有時 32
 固有値 183
 固有ベクトル 183

サ

坂田模型 106

作用 15
 作用積分 15
 作用・反作用の法則 9
 三角関数 170
 3次元特殊直交群 199

 シーソー機構 155
 θ 項 130
 θ パラメータ 130
 CPT 定理 61
 CP 変換 149
 時間反転 82
 磁気単極子 71
 軸性ベクトル 164
 軸性ベクトルカレント 139
 軸性 $U(1)$ 変換 82
 仕事関数 39
 指数関数 169
 自然さの問題 158
 自然単位系 89
 質量次元 89
 弱アイソスピン 113
 弱超電荷 113
 縮退 44
 縮約 178
 シュレーディンガー表示 43
 シュレーディンガー方程式 40
 真空状態 88
 真空偏極 132

 随伴表現 196
 スカラー 31, 161
 スカラー積 162
 スカラー場 31
 スケール変換 82
 ストークスの回転定理 71, 192
 ストレンジネス 104
 スピノル 198
 スピン 52
 スピンと統計の定理 61

 正規行列 184
 静止エネルギー 34
 正準エネルギー・運動量テンソル 28
 正準変換 17
 正準量子化 44
 生成子 194

正則行列 182
正方向列 181
接続 202
漸近的自由性 132
線形演算子 186
線形空間 179
線形写像 179
線形性 179
全微分 168
相似変換 183
相対論的共変性 31
相対論的力学 32
相対論的量子力学 49
速度 166
素電荷 80

夕

対角行列 181
大気ニュートリノ異常 157
大局的変換 27
対称行列 182
対称性 18
対称性の自発的破れ 117
対数関数 170
大統一理論 158
太陽ニュートリノ問題 157
グランベール演算子 75
グランベールシャン 75
単位 89
単位行列 181
単位ベクトル 162
単磁極 71
単振動の方程式 12
弾性力 11
力 8
中心力ポテンシャル 10
中性ウィークボソン 121
超関数 171
超弦理論 159
超対称性 159
超電荷 105
調和振動子 12
直交変換 164, 175
強い CP 問題 142

ディラック共役 61
ディラックスピノル 54
ディラックの δ 関数 171
ディラック表示 51
ディラック方程式 51
ディラック粒子 52
電位 68
電荷密度 68
電気素量 80
電磁カレント 80
電磁気学 65
電磁波 73
電磁場の強さ 94
電磁ポテンシャル 75
電弱スケール 157
電弱理論 121
電束密度 69
テンソル 175
テンソル場 32
転置行列 181
点電荷 65
電場 68
電流密度 69
統計の問題 127
透磁率 67
特殊相対性原理 31
特殊相対性理論 28
トップクォーク 153
ド・ブロイ波長 39
トレース 183

ナ

内積 162
中野・西島・ゲルマンの法則 105
南部・ゴールドストーンボソン 117
二価表現 200
ニュートリノ振動 155
ニュートンの運動の3法則 8
ニュートンの運動方程式 8
ニュートン力学 7
ネイピア数 54, 169
ネーターカレント 26
ネーターチャージ 27
ネーターの定理 19, 26, 27

ハ

- 場 23
- 配位空間 14
- ハイゼンベルクの運動方程式 43
- ハイゼンベルク表示 43
- パウリ行列 51, 197
- パウリスピノル 200
- パウリの排他律 60
- 波数ベクトル 73
- 波束の収縮 42
- 発散 189
- ハドロンの 104
- 場の解析力学 23
- 場の方程式 24
- 場の量子論 55
- ハミルトニアン 14
- ハミルトン形式 14
- ハミルトンの原理 15
- ハミルトンの正準方程式 15
- ハミルトンの方程式 15, 18
- 速さ 166
- バリオン 104
- パリティの非保存 108
- パリティ変換 83, 149
- 反エルミート行列 182
- 汎関数 15, 173
- 汎関数微分 25, 173
- 反交換子 46
- 反対称行列 182
- 反変ベクトル 31
- 反変ベクトル場 31
- 万有引力定数 13
- 万有引力の法則 12
- 万有引力のポテンシャルエネルギー 13
- 反粒子 61

- ビアンキの恒等式 76, 205
- BRS チャージ 137
- BRS 変換 137
- PCAC 仮説 140
- ビオ・サバールの法則 66
- 非可換群 197
- 非可換ゲージ場 96
- 非可換ゲージ理論 95
- ヒグス機構 118

- ヒグス 2 重項 119
- ヒグス模型 118
- ヒグス粒子 121
- 左手型の状態 109
- 微分積分学の基本定理 168
- 標準表示 51
- 標準模型 147
- ヒルベルト空間 41, 186

- ファイバー束 202
- ファインマン核 47
- ファインマンダイアグラム 80
- ファデーエフ・ポポフゴースト 131, 136
- ファラデーの電磁誘導の法則 67
- フェルミオン 59
- フェルミ結合定数 110
- フェルミ粒子 59
- フォック空間 59
- 復元力 11
- 複素共役表現 195
- フックの法則 11
- 物質波 39
- 物質波仮説 39
- 物理状態 41
- 不変性 18
- プランク定数 38
- プランクの公式 38

- 平行移動 202
- 並進 29
- β 関数 131
- ベクトル 161
- ベクトル積 163
- ベクトルポテンシャル 70
- ヘリシティ演算子 109
- 変位 165
- 変位電流 72
- 変換群 192
- 偏極 87
- 偏微分 168
- 変分 15
- 変分原理 15

- ポアソン括弧 18
- ポアンカレ変換 29
- ホイヘンスの原理 47
- ボース粒子 59

母関数 17
ボソン 59
保存カレント 26
保存チャージ 27
保存量 18
保存力 10
ポテンシャルエネルギー 10
ボトムクォーク 153
本義ローレンツ群 30
本義ローレンツ変換 30

マ

マイスナー効果 134
牧・中川・坂田行列 155
マクスウェル・アンペールの法則 72
マクスウェル方程式 65, 76
マヨラナフェルミオン 153
ミンコフスキー時空 29
メソン 104
面積則 135

ヤ

ヤコビの恒等式 195
ヤン・ミルズ場 96
ヤン・ミルズ場の強さ 97
ヤン・ミルズ方程式 98
ヤン・ミルズ理論 95

誘電率 66
湯川結合定数 119
湯川相互作用項 122, 148
ユニタリー行列 182
ユニタリー性 111

横波 74
4元運動量 32
4元運動量の関係式 33, 50
4元速度 33
4元電流密度 75
4元力 33

ラ

ラグランジアン 13
ラグランジュ形式 13
ラグランジュの方程式 14
ラブラシアン 190
ラプラス演算子 190
ラプラス方程式 190
ランク 196
リー群 193
リー代数 193
リー微分 27
力学的エネルギーの保存則 10, 21
量子色力学, QCD 130
量子条件 44
量子電磁力学, QED 80
量子力学 38

ルジャンドル変換 16, 24

零点エネルギー 45
零ベクトル 162
レプトン 104
連続群 192
レンツの法則 67

ρ パラメータ 121
ローレンスゲージ 78
ローレンツ角 31
ローレンツ群 30
ローレンツブースト 30
ローレンツ変換 29

ワ

ワイルスピノル 201
ワイル表示 84
ワイルフェルミオン 85, 108
ワイル方程式 108
ワインバーグ角 120
ワインバーグ・サラム理論 121

著者略歴

川村 嘉春
かわむら よしはる

1961年 滋賀県長浜市生まれ
1985年 名古屋大学理学部物理学科卒業
1990年 金沢大学自然科学研究科物質科学専攻修了，学術博士
1990年 信州大学理学部助手
1999年 信州大学理学部助教授
2006年 信州大学理学部教授，現在に至る。
専門 素粒子物理学
主要著書 「例題形式で学ぶ現代素粒子物理学」(サイエンス社，2006年)，
「相対論的量子力学」(裳華房，2012年)

臨時別冊・数理科学 SGC ライブラリ - 138

『基礎物理から理解する ゲージ理論 “素粒子の標準数式” を読み解く』 (電子版)

著者 川村 嘉春

2024年3月10日 初版発行 ISBN 978-4-7819-9009-5

この電子書籍は2019年2月10日初版第2刷発行の同タイトルを底本としています。

数理科学編集部

発行人 森平敏孝

TEL.(03)5474-8816

FAX.(03)5474-8817

ホームページ <https://www.saiensu.co.jp>

ご意見・ご要望は sk@saiensu.co.jp まで。

発行所 © 株式会社 サイエンス社

TEL.(03)5474-8500(代表)

〒151-0051 東京都渋谷区千駄ヶ谷1-3-25

本誌の内容を無断で複写複製・転載することは、著作者および出版者の権利を侵害することがありますので、その場合にはあらかじめサイエンス社著作権担当者まで許諾をお求め下さい。

組版 (株) デイグ